ارائه دو مدل جدید برای مساله مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی به منظور بیشینه سازی پوشش مسیرها: مطالعه موردی روی بزرگراه‌های تهران

مریم فدایی نایینی*، کارشناس ارشد ریاضی کاربردی، پژوهشکده حمل و نقل و سیستم‌های هوشمند، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
مهدی قطعی، استادیار گروه علوم کامپیوتر و پژوهشکده حمل و نقل و سیستم‌های هوشمند، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
سید مهدی تشکری هاشمی، استاد گروه علوم کامپیوتر و پژوهشکده حمل و نقل و سیستم‌های هوشمند، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
* m_fadaei@aut.ac.ir

تاریخ دریافت مقاله: مهر ۹۰ تاریخ پذیرش: اسفند ۹۱

چکیده
در سال های اخیر به دلیل ازدیاد حجم ترافیک در کلان شهرها ، برآورد میزان عرضه و تقاضا مابین نواحی تولید و جذب سفر بسیار مورد توجه قرار گرفته است.از آن‌جا که تعیین این مقادیر، بین نواحی مختلف شبکه ی شهری از طریق آمارگیری کاری بسیار پرهزینه و وقت گیر می‌باشد، استفاده از شمارنده های ترافیکی بر روی لینک‌های شبکه به منظور تعیین حجم ترافیک بسیار مورد توجه قرار گرفته است. اما به منظور تعیین کمترین تعداد و مکان شمارنده ها مدل‌های مکان‌یابی مختلفی ارائه شده است. یکی از ابزارهای مورد استفاده در این زمینه، دوربین‌های تشخیص پلاک خودرو ها می باشد. در این مقاله، با توجه به نحوه‌ی عملکرد این دوربین‌ها، دو مدل جدید برای مکان‌یابی دوربینها ارائه می‌شود. در مدل اول با اضافه نمودن قید بودجه به مساله مکان‌یابی، به بیشینه سازی پوشش مسیرها توجه شده است.در مدل دوم با توجه به تابع هدف بیشینه سازی تعداد مسیرهای اسکن شده و کمینه سازی تعداد دوربین‌ها به صورت هم‌زمان جواب مساله تعیین می شود. در پایان نتایج شبیه سازی هر دو مساله با استفاده از نرم افزار ایمز بر روی بخش غربی شبکه‌ی بزرگراهی شهر تهران ارائه می‌گردد و کارایی هر مدل بررسی می‌شود.

واژه های کلیدی : : ماتریس مبدا – مقصد تقاضای سفر ، مدل های مکان یابی ، سامانه ی تشخیص هویت پلاک، مساله تخصیص ترافیک

۱ – مقدمه

اطلاعات تقاضای سفر به صورت ماتریس های مبدا – مقصد از جایگاه و اهمیت خاصی در مهندسی حمل ونقل برخوردار است، به نحوی که می توان گفت سایر کارها و برنامه ریزی های بعدی منوط به دانستن این ماتریس‌هاست . در حالت کلی برآورد ماتریس مبدا – مقصد سفر[1] ممکن است به یکی از دو روش‌های زیر انجام گیرد :

۱- روش‌مستقیم با استفاده از پردازش فرم‌های پرسش و پاسخ‌های مبدا - مقصدی

۲- روش‌های غیر مستقیم با استفاده از مدل

روش اول به دلیل این که بسیار وقت‌گیر و هزینه‌بر است و هم چنین اطلاعات به‌دست آمده از این طریق لازم است، چندین سال یک‌بار به‌روزرسانی گردد، اخیرا کمتر مورد توجه بوده است. در روش دوم، از آن‌جا که نسبت به روش اول به اطلاعات کمتری نیاز است و همان گونه که از نامش مشخص است از یک مدل، برای برآورد ماتریس استفاده می گردد ، یکی از زیرشاخه‌های این روش ، مدل هایی است که بر مبنای حجم ترافیک در لینک‌های شبکه بیان می‌شوند ، بدین صورت است که با مشاهده‌ی جریان برخی از لینک‌ها ، تقاضای جفت‌ها برآورد می شود ، روش‌هایی که از حجم جریان لینک‌ها استفاده می‌کنند عبارتند از روش تقریب کمترین مربعات، روش ماکزیمم آنتروپی و روش های آماری [۹].

در عمل، مسئله تصحیح ماتریس تقاضای سفر عکس مسئله تخصیص ترافیک می‌باشد، بدین صورت که در تخصیص ترافیک با استفاده از ماتریس تقاضای سفر بین جفت‌های مبدا– مقصد و اطلاعات مربوط به ساختار شبکه ، مقدار جریان هر لینک محاسبه می‌گردد و در مدل برآورد با استفاده از اطلاعات حجم جریان در لینک‌های شبکه و ساختار شبکه، ماتریس سقر به‌دست خواهد آمد، پس حجم جریان روی لینک‌ها، در شبکه‌های ترافیکی از مهم‌ترین داده‌های ترافیکی می باشند، به همین دلیل کیفیت یک ماتریس برآورد شده به درستی و واقعی بودن داده‌های ورودی و هم چنین تعداد و مکان شمارنده های ترافیکی بستگی دارد. تا چندین سال پیش، هیچ روش خاصی برای یافتن لینک‌های شبکه به منظور

1- Estimation Origin-Destination Matrix

نصب شمارنده‌ها وجود نداشت و اکثرا برای انتخاب لینک‌ها از روش‌های تصادفی استفاده می شد و تعدادی از لینک‌های شبکه به طور تصادفی انتخاب و شمارش می‌شدند ، پس از آن نیز انتخاب لینک‌ها براساس نظرات کارشناسی صورت می‌گرفت و با ایجاد خط برش[1] در شبکه ، لینک‌ها انتخاب می‌شدند[۱]. سپس یانگ و همکارانش با در نظر گرفتن لینک های بااهمیت، قوانینی را برای انتخاب لینک‌ها وضع کردند [۴].

آنچه در مجموعه حاضر ارائه می‌گردد، به چندین بخش قابل افراز است. در بخش دوم، دوربین‌های تشخیص پلاک و داده‌های جمع آوری شده از این طریق مورد بررسی قرار می‌گیرد . در بخش سوم، قوانین مکان یابی براساس شمارنده‌های ترافیکی و سامانه‌ی تشخیص پلاک و مدل‌هایی که بر مبنای آن‌ها مطرح می‌شوند ، ذکر خواهد گردید و در ادامه، نتایج شبیه سازی بر روی شبکه‌ی بزرگراهی شهر تهران بیان خواهد شد و در آخرین بخش نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی مطرح می‌گردد.

۲ – سامانه‌ی تشخیص هویت پلاک

با مدرنیته شدن سیستم مدیریت حمل و نقل، نسل جدیدی از شمارنده‌ها تحت عنوان دوربین‌های تشخیص پلاک مطرح گردیدند، برای نشان دادن نحوه‌ی عملکرد این دوربین‌ها ، بحث را با این فرض ادامه می‌دهیم ، که مجموعه غیر تهی S ($n_S \neq 0$) از لینک‌های شبکه‌ی حمل و نقل به دوربین‌های تشخیص پلاک تجهیز شده باشند ($S \subseteq A$).

شکل -۱ دوربین های تشخیص هویت پلاک

با اسکن کردن S لینک شبکه ، اطلاعاتی به صورت زیر به‌دست خواهد آمد :

(۱)

$$\wp = \{(I_u,\ a_u,\ time_u)\ :\ u = 1,2,\ldots,m\ ,\ a_u \in S\}$$

بنابراین به ازای m کاربر u ، I_u شماره ی پلاک اتومبیل کاربر، a_k لینکی که کاربر در آن لینک مشاهده شده است و $time_u$ زمان عبور از لینک را خواهیم داشت . از آن جایی که یک کاربر ممکن است در یک یا چند لینک اسکن شده ، مشاهده شود، پس یک شماره پلاک ممکن است متعلق به چند عضو از $(I_u, a_u, time_u)$ باشد ، بنابراین با بررسی شماره‌ی پلاک I_u ، می‌توان مجموعه لینک های اسکن شده ای A_u که متعلق به مسیر آن کاربر می باشد و در نهایت مسیر آن را تعیین کرد.

(۲)

$$\{(I_u,\ A_u)\ /\ u=1,\ldots,\ m \quad A_u \in P(S)\}$$

P(S) نشان دهنده ی مجموعه ی توانی مجموعه ی لینک‌های اسکن شده ی S است که 2^{n_S} عضو دارد. از آن جایی که بررسی تمامی پلاک‌های اسکن شده کاری بسیار سخت است ، راحت ترین روش برای به‌دست آوردن مجموعه های A_u این است که به سراغ مسیرها برویم و کاربران را توسط مسیرهایشان دنبال کنیم ، بدین صورت که با مشخص بودن مسیرهای موجود در شبکه می توان لینک های مشترک بین لینک های مسیر (A_k) و مجموعه لینک های اسکن شده (S) را تعیین کرد :

(۳)

$$F = \bigcup_{k \in K} (S \bigcap A_k)$$

مجموعه‌ی F شامل مجموعه‌ی لینک‌های اسکن شده‌ی تمامی مسیرهای موجود می باشد ، در این حالت به ازای هر مسیر ، مجموعه‌ای از لینک‌های اسکن شده ی آن مسیر را خواهیم داشت ، حال اگر لینک های اسکن شده به گونه‌ای تعیین شده باشند که هر مسیر مجموعه لینک اسکن شده‌ی مجزایی داشته باشد ، در این صورت جریان مسیر ، برابر با شماره پلاک های مشترک بین لینک‌های اسکن شده‌ی مسیر متناظر است ، پس با دردسترس داشتن جریان مسیرها، تقاضای هر جفت را می توان به صورت مجموع جریان مسیرهای واصل بین جفت محاسبه کرد .

۳- قوانین و مدل‌های مکان‌یابی

تعیین کمترین تعداد و مکان شمارنده‌ها یکی از مهم‌ترین مسائلی است که در این زمینه مطرح می‌گردد ، تمامی مدل‌های مکان یابی شمارنده‌ها براساس چهار قانون مکان یابی که توسط یانگ و همکارانش بیان شدند ، می باشد ، این قوانین به صورت زیر می باشند [۲،۴]:

۱- قانون پوشش مبدا – مقصد: شمارنده‌ها باید روی لینک‌هایی از شبکه قرار بگیرند ، که بخش معینی از سفرهای هر جفت مبدا – مقصد قابل مشاهده باشد .

۲- قانون بیشینه سازی کسرجریان : برای یک جفت خاص ، شمارنده‌ها باید روی لینک‌هایی قرار بگیرند که کسری از جریان مربوط به این جفت خاص ، بر روی لینک مورد نظر ، تا حد امکان بزرگ باشد .

۳- قانون بیشینه جداسازی جفت‌ها : مجموعه لینک‌هایی که ماکزیمم تعداد اعضای OD را جدا می کنند ، باید انتخاب شوند .

۴- قانون استقلال لینک‌ها : شمارنده‌ها باید روی لینک‌هایی قرار بگیرند که برآیندشان روی همه‌ی لینک‌های انتخابی وابسته خطی نباشند یعنی لینک هایی با فلوی مستقل خطی انتخاب گردند .

1- Screen Line

براساس این قوانین و فرض های مختلفی از جمله محدودیت بودجه ی دردسترس ، هزینه ی نصب و نگه داری از شمارنده ها مدل های متفاوتی برای کمینه سازی تعداد شمارنده ها و افزایش پوشش جفت ها مطرح گردید [۴،۵،۶].

حال اگر از دوربین‌های تشخیص پلاک برای جمع‌آوری داده استفاده نمود ، با توجه به نحوه‌ی عملکردشان ، مدل‌های مکان یابی که به منظور استفاده از این نوع تکنیک مطرح می‌شوند را می‌توان به‌صورت مسئله‌ی مشاهده پذیری مسیر[1] بیان کرد ، زیرا در مسئله‌ی مشاهده پذیری نیز هدف تعیین زیرمجموعه ایی از مسیرها از طریق اطلاعات گزارش شده از طریق زیرمجموعه‌ایی از لینک های اسکن شده می باشد .

با توجه به مشخص بودن مسیرهای بین هر جفت ، اگر لینک‌هایی که برای اسکن شدن انتخاب می شوند ، به گونه‌ایی باشند که مجموعه‌ی لینک‌های اسکن شده‌ی هر مسیر مجزا باشند ، در این صورت هر مسیر را می توان به‌طور یکتا شناسایی کرد [۷،۸].

بنابراین برای تعیین جریان هر مسیر و به دنبال آن تقاضای هر جفت با استفاده از این تکنیک ، انتخاب لینک‌ها باید به نحوی باشد که با استفاده از کمترین تعداد ، حداکثر مسیر به‌طور یکتا شناسایی گردد.

بنابراین با توصیفات فوق مدلی بدین صورت ارائه گردید[۳] :

$$Max \qquad \sum_{k \in K} y_k \qquad (۴-۱)$$

$$s.t \qquad \sum_{a \in \{A \mid \delta_a^k + \delta_a^{k_1} = 1\}} z_a \geq y_k \qquad \forall (k, k_1) \mid k < k_1 and \sum_{a \in A} \delta_a^k \delta_a^{k_1} > 0 \qquad (۴-۲)$$

$$\sum_{a \in A} z_a \delta_a^k \geq y_k \quad \forall k \qquad (۴-۳)$$

$$z_a \in \{0,1\} \quad , y_k \in \{0,1\} \qquad (۴-۴)$$

که در آن

k مجموعه ی تمامی مسیرها

y_k : متغیری باینری با مقدار ۱ اگر مسیر k از طریق لینک‌های اسکن شده به طور یکتا قابل شناسایی باشد و در غیر این‌صورت صفر.

z_a : اگر دوربین بر روی لینک a قرار بگیرد مقدار متغیر ۱ و در غیر این‌صورت صفر خواهد بود .

δ_a^k : درایه ماتریس مسیر–لینک است ، بدین صورت که مقدار ۱ می گیرد اگر لینک a بر روی مسیر k قرار گرفته باشد و در غیر این‌صورت صفر است .

در مدل ۴ ، هدف ماکزیمم سازی تعداد مسیرهایی است که به‌طور یکتا شناسایی می‌شوند ، در قید ۲-۴ ، اگر y_k=۱ ، این محدودیت شناسایی مسیر kام از طریق لینک‌های اسکن شده را تضمین می کند و هم چنین در محدودیت ۳-۴ اگر y_k=۱، این قید بیان کننده‌ی این مطلب است که مسیر k ، حداقل شامل یک لینک اسکن شده می‌باشد . علاوه بر این ، می‌توان محدودیت دیگری برای هزینه‌ی تجهیز کردن لینک‌ها و بودجه دردسترس به صورت زیر به مدل ۴ اضافه کرد :

$$\sum_a B_a z_a \leq B \qquad (۴-۵)$$

هم چنین با توجه به اهمیت کمینه سازی تعداد لینک‌های اسکن شده در کنار ماکزیمم سازی شناسایی مسیرها می‌توان مدل ۴ را بدین صورت ترمیم نمود

در تابع هدف مدل ۵ ، λ_1, λ_2 ضرایب نامنفی هستند که نشان دهنده ی اهمیت کاهش تعداد دوربین ها و یا افزایش تعداد مسیرهای شناسایی شده است .

$$Max_{z,y} \qquad \lambda_1 \sum_k y_k - \lambda_2 \sum_a z_a$$

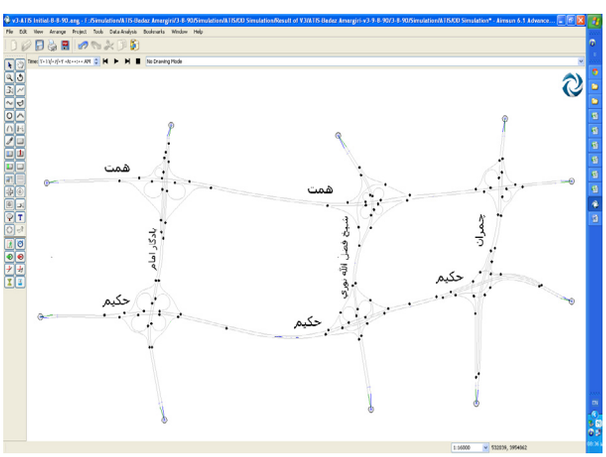
$$s.t \qquad \sum_{a \in \{A \mid \delta_a^k + \delta_a^{k_1} = 1\}} z_a \geq y_k \qquad \forall (k, k_1) \mid k < k_1 and \sum_{a \in A} \delta_a^k \delta_a^{k_1} > 0$$

$$\sum_{a \in A} z_a \delta_a^k \geq y_k \quad \forall k$$

$$z_a \in \{0,1\} \quad , y_k \in \{0,1\}$$

۴- شبکه‌ی بزرگراهی شهر تهران

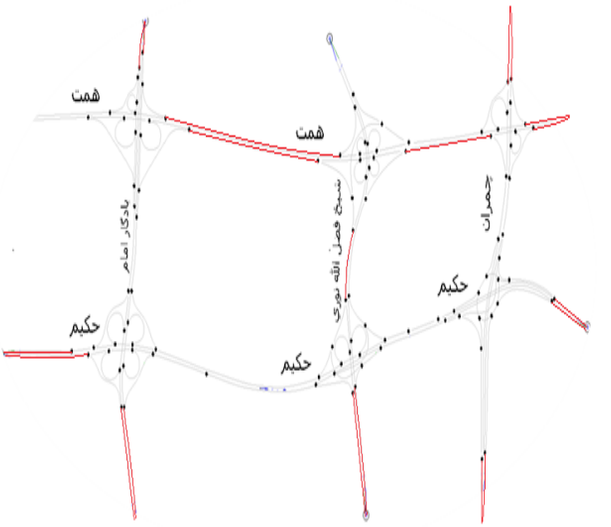
در این بخش به منظور اعتبارسنجی مدل‌های پیشنهادی، یک مطالعه موردی روی شبکه بزرگراهی غرب تهران مورد بررسی قرار می گیرد. آمارهای مورد نیاز در این بررسی بر اساس آمارگیری میدانی جمع آوری شده در اردیبهشت ۱۳۸۹ ساخته شده است. بدین صورت که با توجه به آمارهای ارائه شده اطلاعات پلاک خودرو به صورت تقریبی ساخته شده است. در این بخش شبکه ی بزرگراهی تهران شامل ۵ بزرگراه همت، حکیم، یادگار امام، شیخ فضل الله، چمران ، ۱۱۳ نود ، ۱۵۰ لینک ، ۱۰ جفت و ۱۳۱ مسیر در نظر گرفته شده است. نگارنده با ارائه یک کدگذاری این شبکه را به محیط MATLAB و AIMMS فرستاده و الگوریتم‌های مناسب برای تعیین مسیرها و جریانهای هر مسیر به کار برده است.



شکل ۲ – شبکه ی بزرگراهی شهر تهران

1- Route Observability

در این شبکه برای این که مشاهده پذیری کامل مسیرها را داشته باشیم ، باید ۲۰ لینک از شبکه مطابق با شکل ۲ ، مجهز به دوربین های تشخیص پلاک گردند ، بنابراین تعداد بهین دوربین‌ها ۲۰ عدد خواهد بود ، در این صورت مجموعه لینک‌های اسکن شده‌ی هر مسیر با مسیرهای دیگر متفاوت خواهد بود که بررسی لینک‌های اسکن شده‌ی هر مسیر ، تایید کننده‌ی مشاهده پذیری تمامی مسیرها می باشد .



شکل ۳ – لینک های مجهز به دوربین های تشخیص هویت پلاک

جدول (۱): نتایج حاصل از به کارگیری مدل (۴)

$\|Z_a\|= 19$	Z_a={15,16,30,31,32,33,48,49,56,97,98,107,108, 109,110,126,130,138,149} تمامی مسیرها به جز مسیر ۱۰۷ شناسایی خواهد شد .
$\|Z_a\|= 15$	Z_a={18,26,31,33,36,49,52,56,97,107,108,110, 121,126,139} تمامی مسیرها به جز مسیرهای زیر شناسایی خواهند شد. Y_k={1,2,15,31,32,34,46,49,59,60,72,73,74,75,76, 77,78,81,84,85,92,98,99,100,101,102,103, 104,105,106,108,109,122,123,124,125, 126,127,128,129,130,131}

همان‌گونه‌که بیان شد با اسکن کردن ۲۰ لینک از شبکه می‌توان تمامی مسیرها را پوشش داد ، بنابراین با کاهش تعداد لینک‌های اسکن شده ، از تعداد مسیرهای پوشش داده شده نیز کاسته خواهد، در نتیجه می توان با توجه به اهمیت مسیرهای موجود در شبکه و شناسایی آن‌ها از تعداد لینک‌های اسکن شدهی کمتری استفاده نمود است ، که نتایج شبیه‌سازی با تعداد کمتر از ۲۰ لینک برای شبکه تهران در جدول ۱ نشان داده شده است .

بررسی مدل ۴ با محدودیت بودجه‌ی ۵-۴ با مقادیر مختلفی برای هزینه‌ی نصب دوربین بر روی هر لینک و بودجه‌ی دردسترس نشان می دهد که با افزایش بودجه ی دردسترس ، تعداد لینک های اسکن شده افزایش خواهد یافت که نتایج شبیه‌سازی در جدول ۲ نشان داده شده اند .

جدول ۲: نتایج اضافه کردن محدودیت بودجه به مدل ۴

B_a=5 B=500 |S|=34	Z_a={1,2,15,16,19,21,22,23,26,31,33,37,47,52,56,57,70,7578,97، 98,102,107, 110,118,124,126,133,137,138,141,147,149,150}
B_a=10 B=500 |S|=32	Z_a={7,10,15,16,22,27,32,33,36,48,52,53,56,57,76,83,84,98,102,107,109,110,118,126,127,130,133,138,139,144,149,150}
B_a=25 B=500 |S|=20	Z_a={1,2,15,16,30,31,32,33,53,83,84,98,107,108,109,110,130,138,139,149}
B_a=5 B=200 |S|=29	Za={1,2,15,16,30,31,32,33,36,51,52,56,57,70,83,97,98,107,108,109,110,117,121,122,138,139,144,149,150}

بررسی مدل با درنظر گرفتن بودجه های متفاوت نشان می دهد که در تمامی موارد لینک های ورودی و خروجی به جفت‌ها و لینک‌های رابط بین دو بزرگراه از جمله لینک‌هایی هستند که همواره باید اسکن گردند ، در نتیجه می‌توان از آن‌ها به عنوان لینک های حیاتی نام برد . در شبکه ی بزرگراهی تهران لینک‌های ورودی ، خروجی بزرگراه یادگارامام – همت ، خروجی از بزرگراه حکیم – یادگار امام ، ورودی به بزرگراه همت – چمران ، خروجی از چمران – حکیم ، ورودی به حکیم – چمران و خروجی از حکیم – چمران لینک‌های حیاتی هستند.

نتایج شبیه سازی مدل ۵ با مقادیر مختلف λ_1, λ_2 ، نشان می‌دهد که این مدل نسبت به این مقادیر حساس نمی باشد و هم چنان پوشش تمام مسیرها را خواهیم داشت ، اما اگر محدودیتی بر تعداد لینک های اسکن شده به مدل اضافه گردد ، وابسته به این تعداد از مسیرهای پوشش داده شده کاسته خواهد شد که نتایج شبیه سازی با در نظرگرفتن $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.001$ و محدودیتی بر تعداد لینک‌های اسکن شده در جدول ۳ ذکر گردیده است .

جدول۳ : نتایج مدل پیشنهادی دوم (مدل (۵))

$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.001$ $\sum_a z_a \le 10$ $\|z_a\|=10, \|y_k\|=46$	Z_a={2,18,26,83,97,107,109,130,139,14} y_k={3,5,6,8,9,10,12,13,14,19,20,22,23,26,68,‹4,26,27,28,62,64 70,71,86,87,88,89,90,91,93,94,95,97 ,102,104,110,111,112, 113,114,115,117,118,120,121,130}
$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.001$ $\|z_a\|=20, \|y_k\|=131$	Z_a={15,16,30,31,32,33,48,49,83 ,97,98,102,107,108,109 110,138,149,150}

۵- نتیجه‌گیری و جهت‌گیری‌های آتی

در این مقاله مدل‌های مکان‌یابی شمارنده‌های ترافیکی به صورت مسئله‌ی مشاهده پذیری مسیر مطرح گردید و مدل‌ها براساس کمینه سازی تعداد شمارنده‌ها و افزایش تعداد مسیرهایی که به طور یکتا قابل شناسایی می‌باشند ، بیان گردیدند . از آن جایی که مدل‌های مکان‌یابی یکی از زیر مسئله‌های مدل برآورد ماتریس تقاضای سفر می‌باشند، اگر مدل‌های مکان یابی که به منظور استفاده از دوربین‌های تشخیص پلاک بیان می شوند ، به گونه‌ای باشند که با استفاده از لینک‌های انتخابی به‌توان تمام مسیرها را شناسایی کرد ، در این‌صورت با استفاده از داده های جمع آوری شده از این طریق می‌توان تقاضای جفت‌های مبدا-مقصد را نیز محاسبه کرد. در این مقاله دو مدل برای برآورد ماتریس تقاضا با استفاده از تکنولوژی شناسایی پلاک ارائه گردید و نتایج آن روی یک پایلوت در شبکه تهران مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که با به کارگیری مدل‌های بهینه سازی ریاضی می توان در تعداد شمارنده‌های ترافیکی صرفه جویی نمود. در کارهای بعدی ارائه مدل‌های جدیدتر با استفاده از قیود واقع بینانه و مقایسه نتایج با نرم افزارهای شبیه ساز از جمله AIMSUN مورد توجه قرار می گیرد.

۶- مراجع

[1]Yang.H, C. (2006). Models and algorithm for screen line-based traffic-counting location problems. Computers & Operation Research33 , 836-858.

[2]Yang, H. S. (1991). An analysis of the realiability of an origin-destination trip matrix estimated from traffic counts. Transportation Research,25B: , 531-363.

[3]R.Minguez, S.-C. (2010). Optimal traffic plate scanning location for OD trip matrix and route estimation in road networks. Transportation Research,44B: , 282-298.

[4] Yang, H. a. (1998). Optimal traffic counting locations for origin-destination matrix estimation . Transportation Research,32B: , 109-126

[5] Ehlert, A. G. (2006). The optimization of traffic count locations in road networks. Transportation Research,40B: , 460-479

[6] T.Larsson, T. a. (2010). Allocation of link flow detectors for origin-destination matrix estimation-a comparative study. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering25 , 116-131.

[7] Castillo, E. J. (2008e). Trip matrix and path flow reconstruction and estimation based on plate scanning and link observation. Transportation Research B,42:5: , 455-481

[8] E, Castillo (2010). Optimal use of plate scanning resources for route flow estimation in traffic networks. IEEE Transactions on Intelligent transportation systems , 380-390.

[9]Castillo, E., Menendez, J. M., and Sanchez-Cambronero, S. (2008f). Predicting traffic flow using Bayesian networks. Transportation Research B, 42:5:482-509.