بررسی تاثیر عوامل اجتماعی و زمان تردد بر روی مدل توزیع سرفاصله زمانی در جریان ترافیک. مطالعه موردی: آزادراه تهران - قم

محمدرضا سیف[1]، امین دقیقی[2] ، ساسان افلاکی[3]
۱- دانشجوی دکتری مهندسی عمران راه و ترابری، دانشکده فنی، دانشگاه علم و صنعت
۲- دانشجوی کارشناسی مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه تهران
۳- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

چکیده

بزرگراه ها و آزادراه ها یکی از مهمترین شریان های جامعه می باشند. بررسی و تطبیق مدل های آماری مناسب با توجه به توزیع سرفاصله زمانی بین وسایل نقلیه یکی از ویژگی های بسیار مهم جریان ترافیکی بشمار می رود. در حال حاضر برای تعیین این نوع توزیع های آماری در کشور، از استانداردهای ترافیکی سایر کشورها استفاده می شود. لازم به ذکر است که برخی استانداردهای جهانی نیز در بعضی از موارد از دقت کافی برخوردار نیستند، لذا لازم است با توجه به داده های واقعی سرفاصله زمانی هر منطقه، مدل مناسب برای پیش بینی جریان ترافیک در بزرگراه ها و آزادراه های با ترافیک زیاد و کم انتخاب گردد. در همین راستا، سرفاصله های زمانی وسایل نقلیه عبوری از آزادراه تهران- قم در فروردین ماه به عنوان زمانی با ترافیک سنگین و دی ماه به عنوان زمانی با ترافیک سبک و تفاوت این دو مسیر در شب و روز مورد مطالعه و ارزیابی قرار گرفته و با توزیع های آماری مختلف نظیر توزیع های ترکیبی مورد مقایسه قرار گرفته است. پس از بررسی مدل های آماری مختلف می توان ذکر کرد که ترافیک های مدل شده با مدل آماری ترکیبی « نرمال نمایی جابجا شده » و « نرمال - پیرسون نوع۳ » تطابق بیشتری دارد که می توان برای طراحی های آینده ازین مدل ها استفاده نمود.

کلید واژه: مدل های آماری، سرفاصله زمانی، تاثیر عوامل طبیعی، تاثیر عوامل اجتماعی، توزیع ترکیبی.

۱- مقدمه

بطور کلی برای ارزیابی عملکرد شبکه‌های حمل و نقل، لازم است تمامی پارامترها و عوامل موثر در آن شناسایی و مشکلات موجود آن بررسی شود. این بررسی بخصوص در رابطه با سیستم‌هایی که رفتار انسانی در آن نقش دارد از اهمیت بیشتری برخوردار است. نحوه‌ی عبور و مرور در خیابان‌های اصلی پر ترافیک و کم ترافیک از جمله مواردی است که علاوه بر قوانین وضع شده و نحوه‌ی اجرای آن، به فرهنگ و رفتار اجتماعی مردم و همچنین برداشت رانندگان از موقعیت در زمان تصمیم‌گیری ارتباط مستقیم دارد. این موضوع باعث می‌شود تا نتایج بدست آمده از مطالعات آماری در هر کشور و هر جامعه با دیگر جوامع متفاوت باشد. یکی از روش های مطالعه بر روی این موضوع، اندازه گیری سرفاصله زمانی و بررسی داده های آماری است. منظور از سرفاصله زمانی، اختلاف زمان عبور چرخ‌های محور جلوی دو وسیله ی نقلیه متوالی از خط فرضی در هر خط عبوری می‌باشد[۱] .

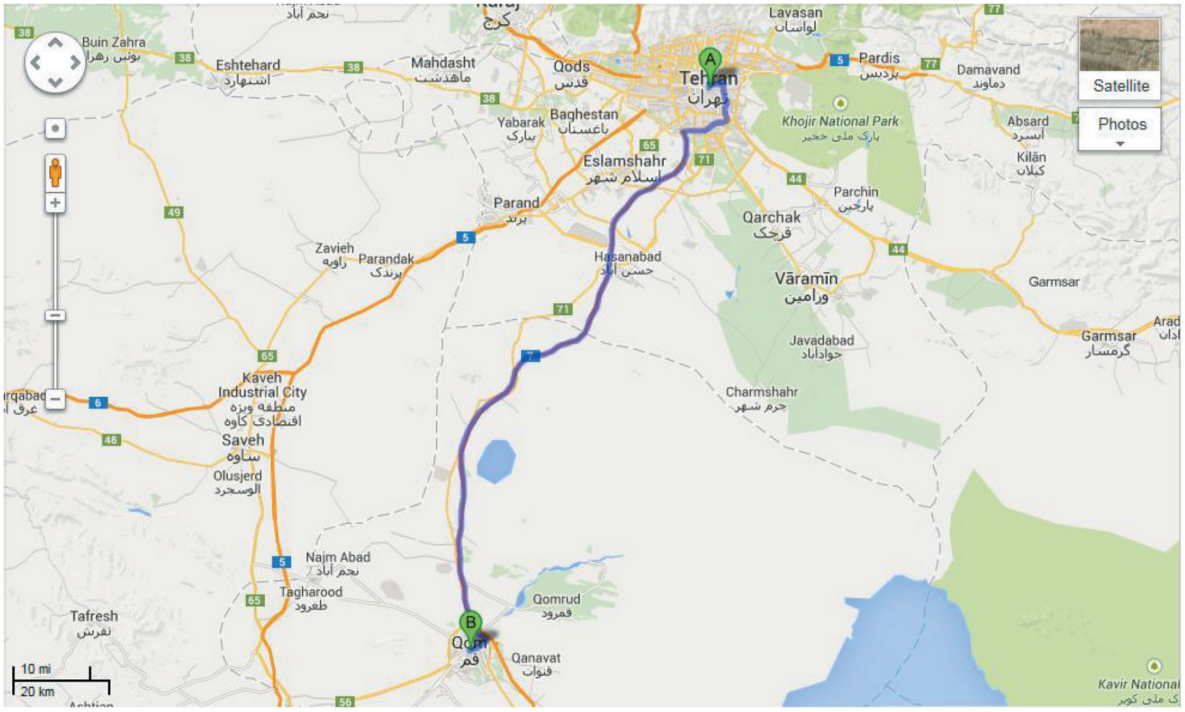
سرفاصله‌ی زمانی با حجم جریان و سرفاصله‌ی مکانی با چگالی ارتباط مستقیمی دارند و در مهندسی ترافیک، حجم تردد معمولا پارامتر پر کاربردی‌تری نسبت به چگالی است. در چند دهه اخیر پژوهش‌های متعددی در زمینه شبیه سازی توزیع سرفاصله زمانی آمارگیری شده با مدل‌های آماری انجام گرفته است. از پژوهش‌های انجام شده می‌توان به تحقیقات آدامتر (۱۹۳۶) [۲]، در خصوص شبیه سازی توزیع سرفاصله زمانی با سری‌های تصادفی، تحقیقات گرین برگ (۱۹۶۶)[۳] و تال (۱۹۷۱) [۴]، در مورد شبیه سازی با مدل‌های توزیع لوگ نرمال، تحقیقات باکلی(۱۹۶۸)[۵] و واسیلوفسکی (۱۹۷۹) [۶]، با استفاده از مدل شبه پواسون و شبیه سازی‌های انجام شده توسط آلن (۱۹۶۶) [۷] و دینگ (۲۰۰۱) [۸] به کمک مدل‌های دو جمله‌ای، اشاره کرد. عموماً هر یک از مدل‌های ریاضی و آماری نامبرده شده به تنهایی برای حالت توزیع‌های تصادفی با حالت ثابت سرفاصله زمانی کاربرد دارند، درحالیکه توزیع آمارگیری شده سرفاصله زمانی ترکیبی از دو حالت ثابت و تصادفی است. لذا در سال‌های اخیر جهت توصیف واقعی توزیع سرفاصله زمانی از مدل‌های ترکیبی ریاضی استفاده شده است که به عنوان مثال می‌توان به تحقیقات داوسون (۱۹۶۸) [۹] و وو گل (۲۰۰۳) [۱۰] اشاره کرد.

1-mohamadreza_seif@aust.ir
2-Amin.Daghighi@ut.ac.ir
3-aflaki@ut.ac.i

در این پژوهش، توزیع سرفاصله زمانی وسایل نقلیه عبوری در آزادراه تهران قم در ۳ ایستگاه متفاوت و در ماه های فروردین و دی به عنوان نماینده ای از زمان هایی با ترافیک سنگین و سبک مورد مطالعه قرار گرفته و داده های آماری با همدیگر مقایسه شده است. از طرفی با در نظر گرفتن تفاوت سرفاصله‌های زمانی وسایل نقلیه در شب و روز این مورد نیز به صورت جداگانه مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. لازم به ذکر است که طبق آیین نامه استاندارد جهانی HCM ۲۰۱۰، برای آزادراه ها تفاوتی در مدلسازی شب و روز بیان نشده است در صورتیکه در واقعیت، مدل های تطبیق داده شده در شب و روز کاملا با یکدیگر متفاوت می باشند.

۱-۱-۱- ویژگی‌های خیابان‌های مورد مطالعه

دلیل انتخاب آزادراه تهران قم موقعیت مهم ارتباطی و پر تردد بودن آن بوده است، با طولی در حدود ۱۲۰ کیلومتر، یکی از مهمترین آزادراه ایران و یکی از مهمترین و پر جریان ترین مسیرهای شمالی- جنوبی کشور ایران است. در این مطالعه ماه فروردین به عنوان زمان پرتردد و ماه دی به عنوان زمان کم تردد با ترافیک کم مورد نظر بوده است.



شکل ۱: مسیر آزادراه تهران – قم

۲- مواد و روش ها

۲-۱- نحوه ی آمارگیری

آمار گرفته شده شامل استخراج تعداد وسایل نقلیه استاندارد عبوری در هر دقیقه بوده است، لذا برای محاسبه ی سرفاصله ی زمانی متوسط، زمان ۶۰ ثانیه بر تعداد وسایل نقلیه عبوری تقسیم شده و سرفاصله ی زمانی متوسط و تعداد وسایل عبوری آن محاسبه شده است. این برداشت برای یک ماه کامل فروردین و دی با دقت تعداد ماشین در دقیقه برداشت شده است. بعد از برداشت اطلاعات، پارامترهای ترافیکی اعم از حجم تردد، سرفاصله‌های زمانی و بقیه پارامترها بر اساس اطلاعات موجود در بانک اطلاعاتی برای بازه مورد نظر قابل محاسبه و گزارش بود. با استفاده از اطلاعات برداشت شده سرفاصله‌های زمانی در بازه‌های زمانی $\Delta t=0.4sec$ دسته‌بندی شد. احتمال وقوع سرفاصله زمانی در هر دسته، با تعیین نسبت تعداد وسایل نقلیه عبوری در آن دسته به تعداد کل وسایل نقلیه عبوری بدست آمده و توزیع این احتمال با مدل‌های ریاضی مختلف مورد مقایسه قرارگرفته است. تعداد کل وسایل نقلیه‌های عبوری شمارش شده در زمان آمارگیری، در آزادراه تهران قم در حدود ۰۴ میلیون در ماه فروردین و ۹۲ میلیون در ماه دی بوده و مدل‌های ارائه شده براساس این تعداد وسایل نقلیه شمارش شده تولید و پرداخت شده‌اند.

۲-۱- تولید و پرداخت برخی مدل‌های ریاضی برای مقایسه آن‌ها با توزیع احتمالات آمارگیری شده

شکل تابع توزیع سرفاصله زمانی به میزان قابل توجهی به افزایش نرخ جریان بستگی دارد. در شرایطی که نرخ جریان کم است، تعامل و تاثیرپذیری کمی بین وسایل نقلیه وجود دارد. در نتیجه انتخاب سرفاصله زمانی توسط رانندگان، آزادانه و تصادفی است. با افزایش تعداد وسیله نقلیه تعامل بین وسایل نقلیه افزایش یافته و هنگامی که نرخ جریان به ظرفیت راه نزدیک می‌شود، شرایط توزیع سرفاصله زمان تقریبا ثابت است و رانندگان مجبور هستند با سرفاصله ثابت در مسیر خیابان تردد نمایند [۱۱]. در حالت اول تابع توزیع از نظر تئوری یکنواخت است و در حال دوم تقریبا همه رانندگان مجبور هستند سرفاصله زمانی برابر با عکس نرخ تردد را انتخاب کنند، بنابراین تابع توزیع احتمال در این حالت به صورت تابع توزیع نرمال با میانگینی برابر با عکس نرخ تردد و انحراف معیاری به دلیل تفاوت‌های جزیی در تصمیم‌گیری رانندگان در انتخاب سرفاصله زمانی است. در عمل و در شرایط واقعی معمولا شکل توزیع سرفاصله زمانی به صورت ترکیبی از توزیع تصادفی و ثابت (نرمال) است. در این بخش، توزیع احتمالات داده‌های آمارگیری شده به ترتیب با مدل ریاضی تابع نرمال، به عنوان مدل نماینده شرایط ثابت و مدل ترکیبی، به عنوان نماینده بین شرایط ثابت و تصادفی مورد مقایسه قرارگرفته است.

با توجه به آمارگیری‌ها و مدلسازی‌های مختلف و همچنین مقایسه تناسب مدل‌های مختلف با شرایط ترافیکی در مطالعات قبلی انجام شده است [۱۲] و همچنین نتایج بدست آمده از آن مطالعه، در این پژوهش، از مدل ریاضی تابع نرمال به عنوان مدل نماینده شرایط پر تردد و سرفاصله زمانی ثابت که بهترین انطباق را با شرایط ترافیک تهران داشته، استفاده شده است.

مدل ریاضی و توابع توزیع احتمال مدل‌های بررسی شده در جدول (۱) به صورت خلاصه گردآوری شده است. پارامتر K در تابع توزیع پیرسون نوع ۳، در شکل توزیع موثر بوده و مقدار آن می‌تواند بین صفر تا بی‌نهایت باشد، نیز سرفاصله‌ی زمانی متوسط بر حسب ثانیه و α نیز پارامتری است بر حسب ثانیه که در جابجایی منحنی توزیع موثر است و می‌تواند برابر یا بزرگتر از صفر باشد. t سرفاصله زمانی مورد مطالعه بر حسب ثانیه، s انحراف معیار توزیع سرفاصله زمانی و $\Gamma(K)$ تابع گاما می‌باشد.

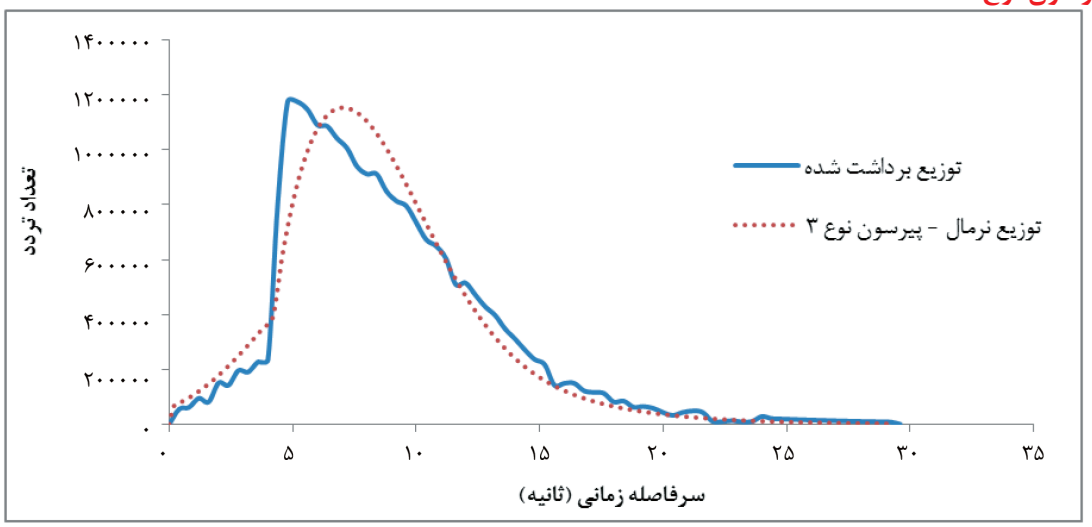
نوع توزیع	تخمین K	محاسبه λ	مدل ریاضی f(t)	تابع توزیع احتمال P(h≥t)
نرمال	-	-	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{\frac{(t_i-\bar{t})^2}{2\sigma^2}}$	$\int_t^\infty f(t)dt$
پیرسون نوع ۳	$\frac{\bar{t}-\alpha}{s}$	$\frac{K}{\bar{t}-\alpha}$	$\frac{\lambda}{\Gamma(K)}[\lambda(t-\alpha)]^{K-1}e^{-\lambda(t-\alpha)}$	$\int_t^\infty f(t)dt$
نمایی جابجایی شده	$\frac{\bar{t}-\alpha}{s}$	$\frac{1}{\bar{t}-\alpha}$	$\lambda e^{\frac{-(t-\alpha)}{(\bar{t}-\alpha)}}$	$e^{\frac{-(t-\alpha)}{(\bar{t}-\alpha)}}$

جدول ۱: مدل های ریاضی ترکیبی و غیر ترکیبی و پارامترهای آن‌ها[ ]

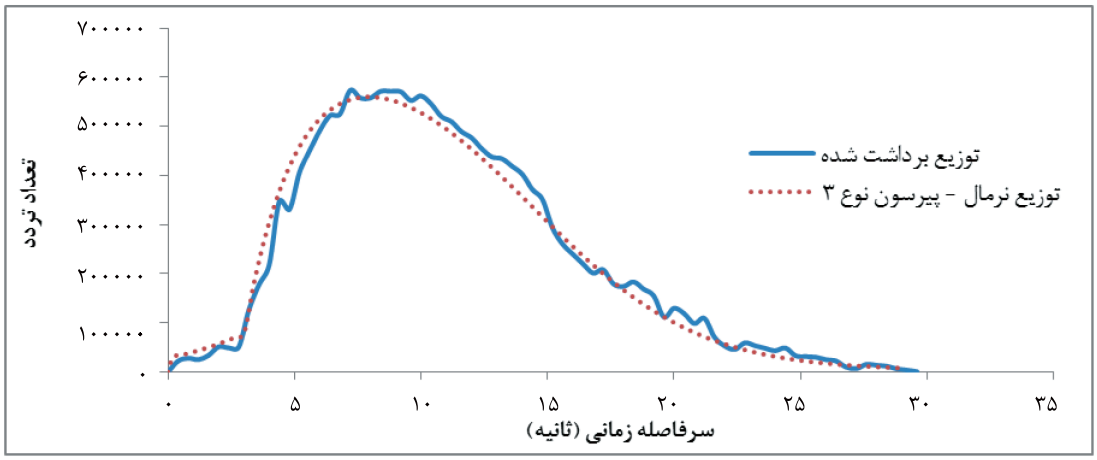
۲- بحث و بررسی

با توجه به مقالات مطالعه شده[۱۴] و تطبیق داده های واقعی با توزیع های شرایط ثابت و تصادفی معلوم می‌شود که شرایط واقعی را نمی‌توان با توزیع‌های نرمال (شرایط ثابت) و تصادفی به تنهایی مدل سازی نمود، بنابراین توزیع آمارگیری شده با توزیع‌های ترکیبی که در ادامه تشریح شده است تخمین زده و مقایسه شده است. در این تحقیقی برای تطابق بهتر از توزیع‌های ترکیبی، شامل ترکیب توزیع نرمال با «توزیع نمایی جابجا شده» و «پیرسون نوع ۳» استفاده شده است.

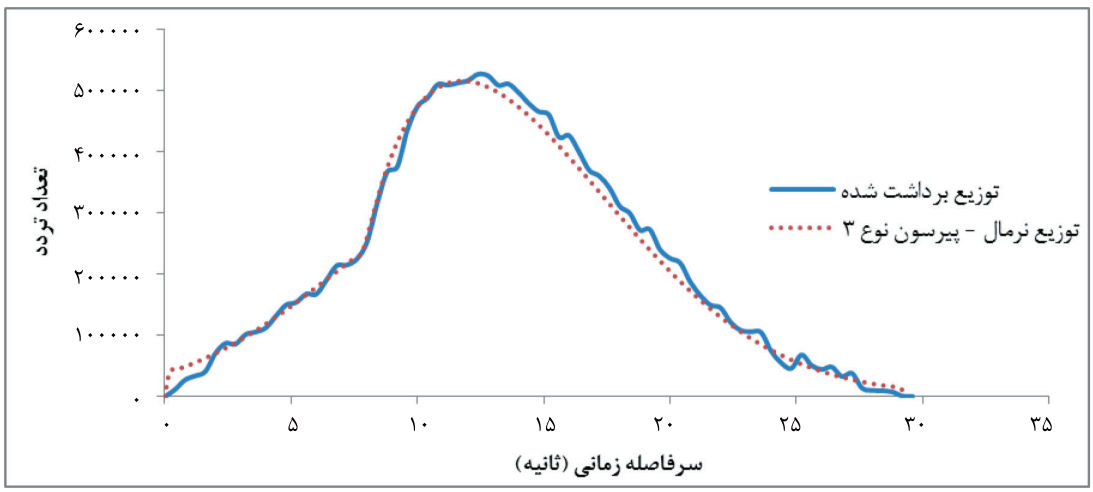
۳-۱- مقایسه توزیع احتمالات آمارگیری شده با مدل نرمال - پیرسون نوع ۳



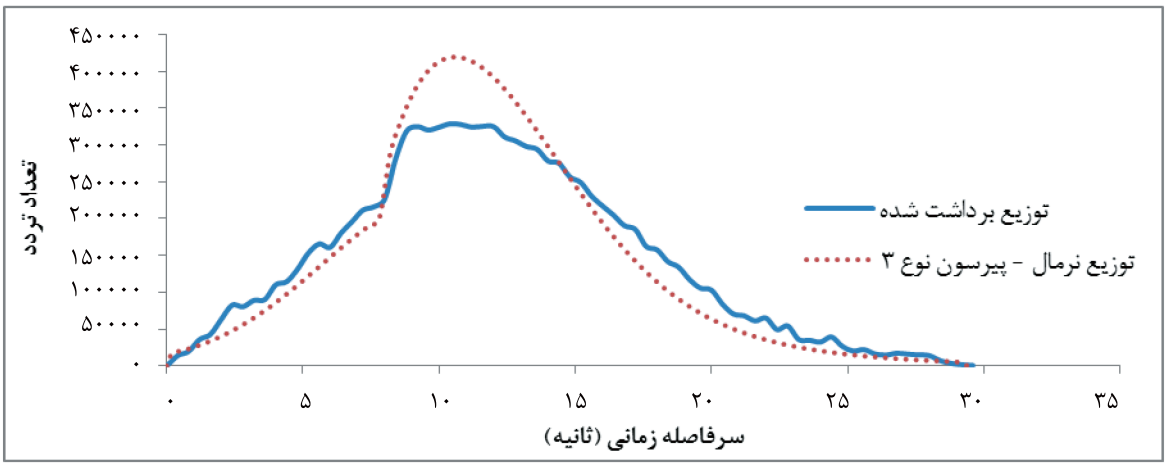
شکل ۲: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال - پیرسون نوع ۳ (ترافیک زیاد - روز)



شکل ۳: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال - پیرسون نوع ۳ (ترافیک زیاد - شب)



شکل ۴: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال - پیرسون نوع ۳ (ترافیک کم - روز)



شکل ۵: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال - پیرسون نوع ۳ (ترافیک کم - شب)

پارامترهای استفاده شده در هر کدام از سطوح ترافیکی در جدول (۲) به صورت خلاصه ارائه شده است.

	توزیع نرمال			توزیع پیرسون نوع ۳					
	P_P	S_P	$(Sec)\bar{t}_p$	P_{nP}	S_{nP}	$(Sec)\bar{t}_{nP}$	α	K	λ
ترافیک زیاد - روز	٪۵۰	۳/۳	۷	٪۵۰	۲/۸۶	۱۰/۳۳	۴/۶	۲	۰/۳۴۹
ترافیک زیاد – شب	٪۲۰	۵/۸	۱۲	٪۸۰	۵/۱۶	۱۳/۳۲	۳	۲	۰/۱۹۴
ترافیک کم - روز	٪۷۲	۶/۰۵	۱۲/۵	٪۲۸	۳/۴۴	۱۵/۱۸	۸/۲	□	۰/۲۹۱
ترافیک کم - شب	٪۵۸	۴/۳	۱۰	٪۴۲	۳/۳۵	۱۴/۶۹	۸	□	۰/۲۹۹

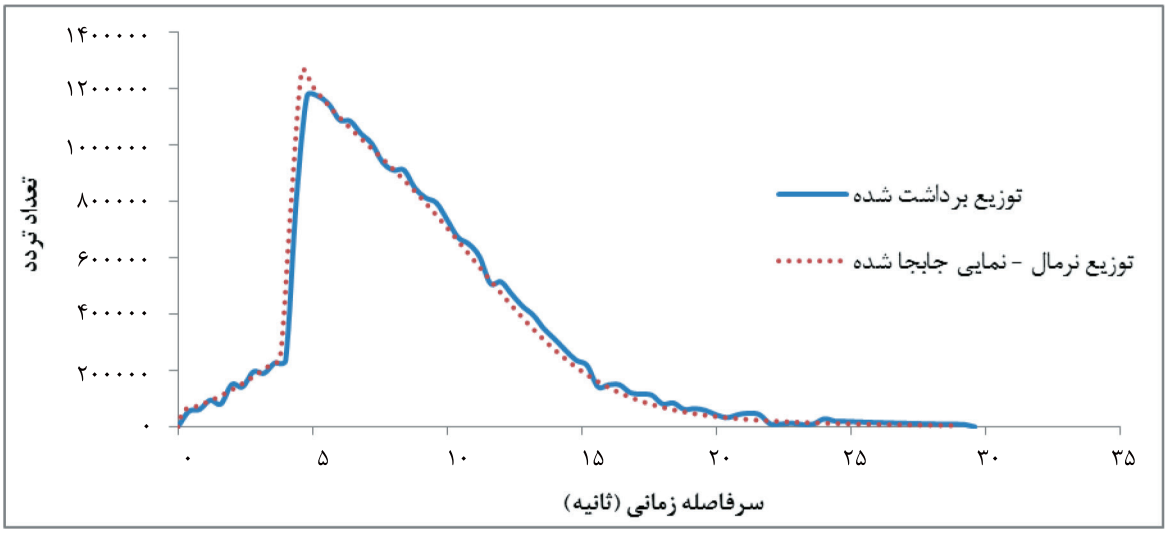
جدول ۲: پارامترهای توزیع مدل نرمال – پیرسون نوع ۳

مقادیر $\bar{t}_p$ و S_P و PS به ترتیب میانگین و انحراف معیار سرفاصله زمانی در توزیع نرمال و P_P به معنای درصد وسایل نقلیه در صف (تحت تاثیر وسیله نقلیه جلویی) می‌باشد که از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند [۱۳] و P_{nP} نشان‌دهنده تعداد وسایل نقلیه خارج از صف بوده و مقدار آن برابر با $1-P_P$ است. با محاسبه P_{nP} ، می‌توان طبق رابطه (۱)، مقدار $\bar{t}_{nP}$ ، که میانگین سرفاصله زمانی وسایل نقلیه خارج از صف می باشد را محاسبه نمود.

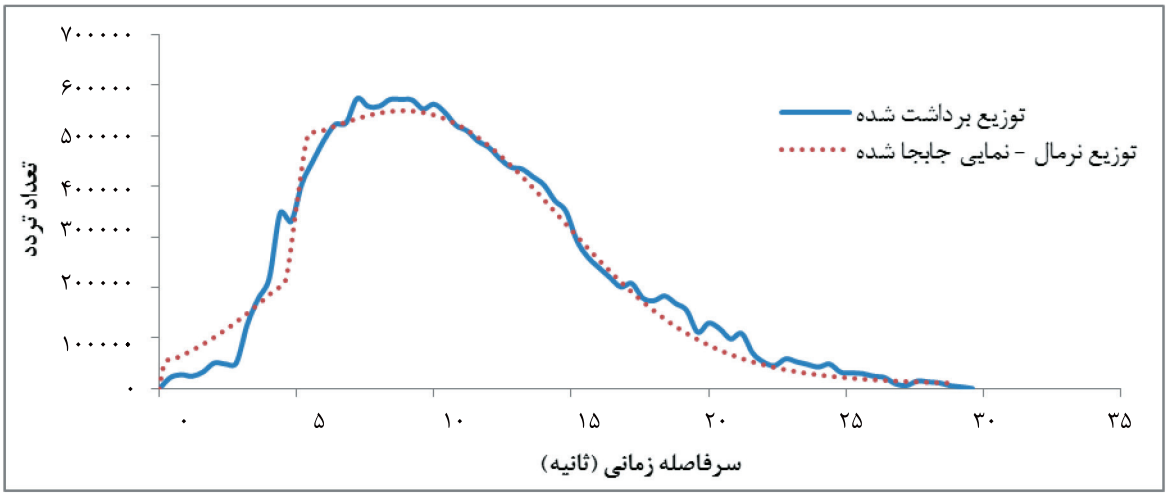
$$\bar{t} = P_{nP} \times \bar{t}_{nP} + P_P \times \bar{t}_P \qquad (۱)$$

طبق تعریف نیز، α برابر با زمان جابجا شده در توزیع پیرسون نوع۳ است.

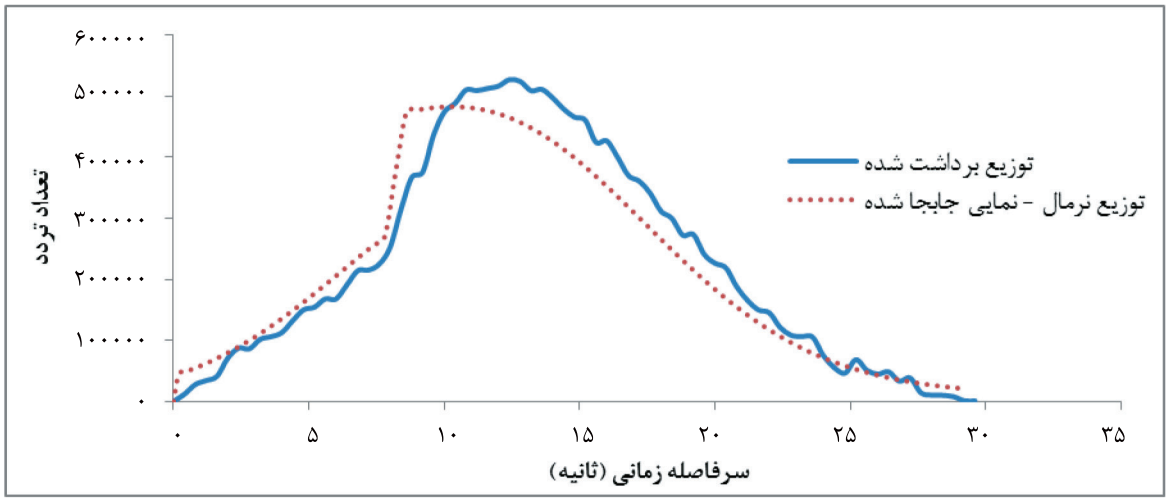
۳-۱-۱- مقایسه توزیع احتمالات آمارگیری شده با مدل نرمال نمایی جابجا شده



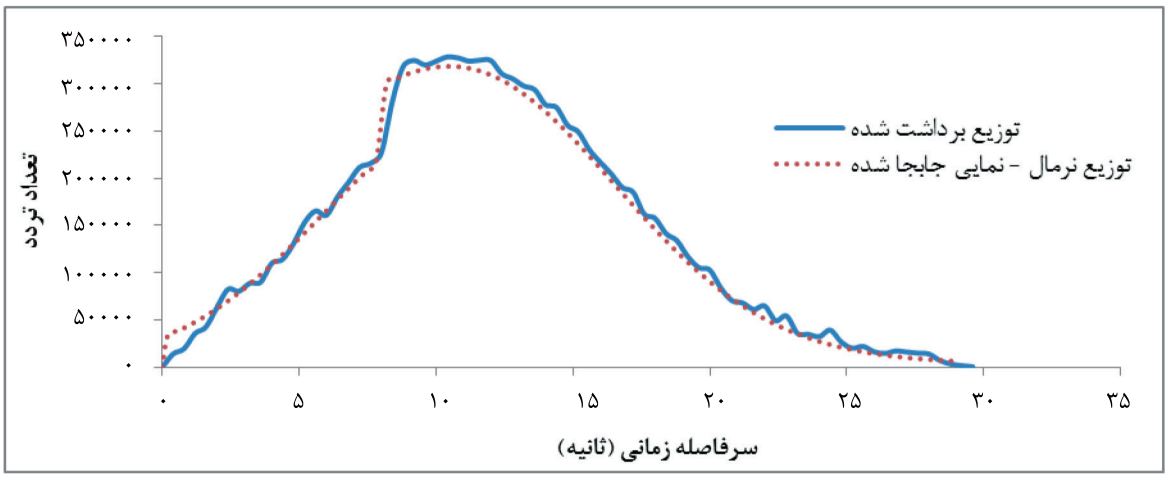
شکل ۶: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال نمایی جابجا شده (ترافیک زیاد - روز)



شکل۷: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال نمایی جابجا شده (ترافیک زیاد - شب)



شکل ۸: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال نمایی جابجا شده (ترافیک کم - روز)



شکل ۹: مقایسه توزیع آمارگیری شده احتمال سرفاصله زمانی با توزیع مدل نرمال نمایی جابجا شده (ترافیک کم - شب)

پارامترهای استفاده شده در هر کدام از سطوح ترافیکی در جدول (۳) به صورت خلاصه ارائه شده است.

	توزیع نرمال			توزیع نمایی جابجا شده					
	P_P	S_P	$\bar{t}_p$	P_{nP}	S_{nP}	$\bar{t}_{nP}$	α	K	λ
ترافیک زیاد - روز	%۴۹	۳/۹	۸/۲	%۵۱	۴/۵۱	۹/۱۱	۴/۶	۱	۰/۲۲۲
ترافیک زیاد – شب	%۷۲	۴/۸۵	۱۰/۱	%۲۸	۷/۵۲	۱۲/۹۲	۵/۴	۱	۰/۱۳۳
ترافیک کم – روز	%۷۶	۵/۸	۱۲	%۲۴	۸/۶۱	۱۷/۲۱	۸/۶	۱	۰/۱۱۶
ترافیک کم – شب	%۸۶	۵/۴۵	۱۱/۳	%۱۴	۷/۶۹	۱۶/۰۹	۸/۴	۱	۰/۱۳۰

جدول ۳: پارامترهای توزیع مدل نرمال نمایی جابجا شده

۴- مقایسه تاثیر حجم ترافیک و شب و روزدر سرفاصله زمانی

تفاوت سرفاصله ی زمانی در «شب و روز» اختلافات قابل ملاحظه ای دارد. همانطور که از شکل های ۲ تا ۹ معلوم است، مدل های ریاضی تطبیق داده شده برای زمان های پر ترافیک و کم ترافیک متفاوت است، از طرفی مدل های ریاضی تطبیق داده شده در شب و روز نیز برخلاف اسانداردهای جهانی برای مدلسازی جریان ترافیکی با یکدیگر متفاوت می باشند.

۵- انتخاب مدل ریاضی مناسب

جهت ارزیابی کمی اختلاف بین دو توزیع آماری مختلف، روش های متفاوتی مانند : مجذور – کای و کولموگروف – سمیرنوف وجود دارد که در این مقاله جهت انتخاب مدل ریاضی مناسب، جهت ارزیابی از روش مجذور – کای استفاده می شود. هرچه مجذور کای عدد کوچکتری را به ما نشان دهد، به معنی دقت بیشتر در شبیه سازی تابع توزیع می باشد. در نتیجه برای هر مدل ریاضی، مقدار مجذور کای طبق رابطه (۲) محاسبه می شود.

$$\chi^2_{Calc} = \sum_{i=1}^{l} \frac{(f_o - f_i)^2}{f_i}$$

-۱

که در آن، f_o تعداد مشاهده شده تناوب مشاهدات گروه های سرفاصله زمانی در مدل آمارگیری شده است که از حاصلضرب احتمالات توزیع آمارگیری شده در تعداد کل وسایل نقلیه عبوری بدست می آید. f_i نیز تعداد مشاهده شده تناوب مشاهدات گروه های سرفاصله زمانی در مدل ریاضی مورد مطالعه است که از حاصلضرب احتمالات تئوری در تعداد کل وسایل نقلیه عبوری محاسبه می گردد. در جدول (۴) مقدار مجذور کای محاسبه شده برای هر مدل ارائه شده است.

بررسی جدول نشان می دهد که رفتار رانندگان در صبح با ترافیک زیاد قابل تطبیق با مدل ترکیبی نرمال – نمایی جابجا شده است. رفتار رانندگان در شب با ترافیک زیاد قابل تطبیق با مدل ترکیبی نرمال – پیرسون نوع ۳ می باشد. رفتار رانندگان در صبح با ترافیک کم قابل تطبیق با مدل ترکیبی نرمال – پیرسون نوع ۳ بوده و رفتار رانندگان در شب با ترافیک کم قابل تطبیق با مدل ترکیبی نرمال – نمایی جابجا شده می باشد، بهترین توزیع آماری در هر مورد بر اساس کمتر بودن مقددار مجذور کای انتخاب شده است.

شرایط ترافیکی	مدل توزیع آماری	$10^5\times$ مقدار مجذور کای
ترافیک زیاد - روز	نرمال – پیرسون نوع ۳	۱۹/۰۳۲
	نرمال – نمایی جابجا شده	۲/۱۵
ترافیک زیاد – شب	نرمال – پیرسون نوع ۳	۱/۹۸
	نرمال – نمایی جابجا شده	۶/۱۷۵
ترافیک کم – روز	نرمال – پیرسون نوع ۳	۱/۲۵۲
	نرمال – نمایی جابجا شده	۴/۱۴۲
ترافیک کم – شب	نرمال – پیرسون نوع ۳	۵/۸۶۷
	نرمال – نمایی جابجا شده	۰/۷۷۶

جدول ۴: مقادیر مجذور کای برای مدل های ریاضی مختلف

۸- نتیجه گیری

تلاش جهت تعیین تابع توزیع آماری سرفاصله ی عبور وسایل نقلیه در تسهیلات ترافیکی گوناگون در شهر تهران نتایج قابل توجهی را در بر داشت که در ذیل به صورت تیتر وار ارائه شده است:

۱- همان گونه که مطالعات پیشین نیز نشان داده اند، عبور و مرور وسایل نقلیه در سطح خیابان ها یک فرایند ترکیبی از توزیع تصادفی و ثابت می باشد.

۲- در خیابان های با ترافیک زیاد در زمان صبح، بهترین توزیع منطبق شده با توزیع آمارگیری شده، توزیع نرمال – نمایی جابجا شده است، با میزان جابجایی α=۴/۶ ثانیه و واریانس S۴/۵۱ = .

۳- در خیابان های با ترافیک زیاد در زمان شب، بهترین توزیع منطبق شده با توزیع آمارگیری شده، توزیع نرمال – پیرسون نوع ۳ است، با میزان جابجایی α =۳ ثانیه و واریانس S۵/۱۶ = .

۴- در خیابان های با ترافیک کم در زمان صبح، بهترین توزیع منطبق شده با توزیع آمارگیری شده، توزیع نرمال – پیرسون نوع ۳ است، با میزان جابجایی α =۸/۲ ثانیه و واریانس S۳/۴۴ = .

۵- در خیابان های با ترافیک کم در زمان شب، بهترین توزیع منطبق شده با توزیع آمارگیری شده، توزیع نرمال – نمایی جابجا شده است، با میزان جابجایی α =۸/۴ ثانیه و واریانس S۷/۹۶ = .

۶- بدیهی است که توزیع ترکیبی منطبق شده در شب و روز متفاوت بوده، اما در استاندارد HCM۲۰۱۰ نیز این موضوع رعایت نشده که باید بررسی شود.

۱۰- مراجع

1- Brilon W., Wu N., 1999, “Capacity at unsignalized two-stage priority intersections”, Transportation Research Part A: Policy and Practice, 33 (3-4), pp. 275-289.

2- Adams, W.F., 1936, Road Traffic Considered as a Random Series, Journal of Institution of Civil Engineers, 4, pp 121–130.

3- Greenberg, I., 1966, The Log-Normal Distribution of Headways, Australian Road Research 2(4), pp 14–18.

4- Tolle, J.E., 1971, The Lognormal Headway Distribution Model, Traffic Engineering and Control 13 (1), pp 22–24.

5- Buckley, D.J., 1968, A Semi-Poisson Model of Traffic Flow, Transportation Science 2 (2), pp 107– 133.

6- Wasielewski, P., 1968, Car-Following Headways on Freeways Interpreted by the Semi-Poisson Headway Distribution Model, Transportation Science 13 (1), pp 36–55.

7- Allan, R.R., 1966, Extension of the Binominal Model of Traffic to the Continuous Case, Australian Road Research Board 3, pp 276–316.

8- Ding, Y., 2001, Improving Transit Service Quality and Headway Regularity with Real-Time Control, Transportation Research Board, 80th Annual Meeting, Washington, D.C.

9- Dawson, R. F., 1968, The Hyperlang Probability Distribution- A Generalized Traffic Headway Model, Proc. of the International Symposium on Theory of Traffic Flow, Karlsruhe, West Germany, pp30-36.

10- Vogel, K., 2003, A Comparison of Headway and Time to Collision as Safety Indicators, Accident Analysis and Prevention, 35, pp 247–433.

11- May, A.D., 1991, Traffic Flow Fundamentals, Prentice Hall Press, USA.

۱۲- جعفری، م. ، حاجی عبدالرزاق، پ. و افلاکی، س.، ارائه مدل توزیع سرفاصله زمانی با استفاده از تحلیل داده های واقعی حاصل از آمارگیری برای یکی از تقاطع¬های چراغ دار کلان شهر تهران، ۱۳۹۰، ششمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه سمنان، ۸ص.

13- May, A.D., 1991, Traffic Flow Fundamentals, Prentice Hall Press, USA.

۱۴- دقیقی، ا. ، افلاکی، س.، مطالعه سر فاصله زمانی در جریان ترافیک با استفاده از تحلیل داده های واقعی حاصل از آمارگیری و مدلسازی توزیع سرفاصله ، ۱۳۹۲، سیزدهمین کنفرانس بین المللی ترافیک و حمل و نقل، تهران، ۱۱ص.