فصلنامه علمی مهندسی ترافیک
|JOURNAL OF TRAFFIC ENGINEERING|

تعمیم روش فرانک– ولف برای حل مساله تخصیص همگانی با محدودیت ظرفیت ناوگان

عباس بابازاده[1]، صابر فندرسکی[2]، بابک جوانی[3].

۱- استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد برنامه ریزی حمل و نقل، دانشگاه شمال آمل
۳- دانشجوی دکتری، گرایش راه و ترابری، دانشکده فنی، دانشگاه تهران

چکیده

برنامه‌ریزی سیستم های حمل‌ونقل همگانی شهری نیازمند استفاده از مدل های تخصیص همگانی به منظور برآورد توزیع مسافران بین خطوط همگانی است. مسئله روی شبکه‌ای به نام شبکه همگانی تعریف می‌شود که هر کمان آن دارای یک تابع زمان سفر و یک تابع تواتر است. در شبکه‌های همگانی غیرمتراکم، که ظرفیت وسایل نقلیه همگانی بی‌نهایت است، مسئله با در نظرگیری زمان سفر و تواتر ثابت کمان ها به صورت یک مدل بهینه سازی خطی فرمول بندی و با استفاده از روش های برنامه‌ریزی خطی حل می‌شود. در شبکه‌های متراکم، که ظرفیت (ناوگان) وسایل نقلیه همگانی محدود است، مسئله با در نظرگیری توابع زمان سفر وابسته به جریان و تواتر ثابت کمان های شبکه به صورت یک مدل بهینه سازی غیرخطی بر حسب جریان در کمان ها فرمول بندی و روش میانگین های متوالی (MSA)، به عنوان روشی تقریبی، برای حل آن پیشنهاد شده است. هدف از این مقاله تعمیم روش فرانک- ولف (FW) برای حل دقیق مسئله تخصیص همگانی با محدودیت ظرفیت ناوگان است. مسئله با در نظرگیری یک تابع زمان سفر وابسته به جریان فرمول بندی و با استفاده از هر دو روش MSA و تعمیم FW برای یک شبکه نمونه حل می‌شود. نتایج سرعت بسیار بیشتر روش پیشنهادی را در دقت های مشابه نشان می‌دهند.

واژگان کلیدی: تخصیص همگانی، محدودیت ظرفیت ناوگان، روش فرانک-ولف، روش متوسط‌های متوالی.

---

[1] دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران – برنامه ریزی حمل و نقل، saf.edu@aol.com

[2] استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران، ۶۱۱۱۲۱۷۶، ababazadeh@ut.ac.ir

افزایش سریع جمعیت و پیشرفت قابل ملاحظه صنعت و اقتصاد شهرهای بزرگ، موجب رشد روز افزون حمل و نقل شهری و در نتیجه تعداد وسایل نقلیه شخصی شده است. اثرات منفی حمل و نقل از جمله تراکم (شلوغی) معابر شهری و افزایش آلودگی‌های زیست محیطی نتیجه این رشد بی‌رویه است. امروزه، گسترش سریع سیستم‌های حمل و نقل همگانی به عنوان مناسب‌ترین راهکار برای مقابله با این اثرات منفی مورد توجه قرار می‌گیرد. هماهنگ کردن سرعت توسعه حمل و نقل همگانی با سرعت توسعه ساختارهای شهری عامل بسیار مهمی در میزان استقبال مسافران از حمل و نقل همگانی است، به طوریکه عدم توجه به این هماهنگی در بسیاری از شهرهای بزرگ موجب شده است که نسبت استفاده از وسایل نقلیه همگانی نسبت به وسایل نقلیه شخصی روندی کاهشی داشته باشد. این مشاهدات لزوم انجام برنامه‌ریزی دوره‌ای سیستم‌های همگانی را به منظور ارائه خدمات بهتر روشن می سازد. برنامه‌ریزی بلند مدت یک سیستم همگانی به طور کلی شامل طراحی مسیر خطوط همگانی و نیز تعیین تعداد گسیل وسایل نقلیه هر خط در واحد زمان (تواتر) است (سدر و ویلسون).
یک سیستم همگانی شامل مجموعه‌ایی از خطوط همگانی است که روی یک شبکه معابر، شامل انواع خیابان ها و نیز مسیرهای ویژه، تعریف می شوند. هر خط همگانی شامل تعداد معینی وسیله نقلیه با خصوصیاتی یکسان است که در مسیری ثابت روی شبکه معابر در رفت و آمدند. وسایل نقلیه هر خط تنها در نقاطی مشخص به نام ایستگاه های آن خط می توانند مسافران را سوار و پیاده کنند. هر مسافر برای سفر از مبدا به مقصد خود با یک سیستم همگانی، ابتدا از مبدا خود تا یک ایستگاه (یا مقصد) پیاده روی می کند، در آن ایستگاه سوار یک خط همگانی می شود، پس از پیمودن بخشی از مسیر خود در یک ایستگاهی دیگر از آن خط پیاده می شود، و سفر خود از آن ایستگاه تا رسیدن به مقصد مشابه حرکت از مبدا ادامه می دهد. به عبارت دیگر، هر سفر مبدا- مقصد با ترکیبی از چهار نوع حرکت پیاده روی، سوار شدن، داخل وسیله نقلیه، و پیاده شدن انجام می پذیرد. برای هر ماتریس تقاضای مبدأ- مقصد مفروض، مسئله تخصیص همگانی به منظور برآورد جریان مسافر به تفکیک حرکات فوق تعریف می‌شود.

مدل های تخصیص همگانی روی یک شبکه جهت‌دار خاص به نام شبکه همگانی تعریف می‌شوند که هر کمان آن مربوط به یکی از حرکات پیاده‌روی، سوارشدن، داخل وسیله، و پیاده‌شدن است. در شبکه همگانی، هر کمان دارای یک تابع زمان سفر غیرمنفی و یک تابع تواتر مثبت است. تابع زمان سفر معرف هزینه عمومی مسافر برای طی کمان (شامل زمان سفر، کرایه، شلوغی وسیله و غیره)، و تابع تواتر معرف عکس زمان انتظار مسافر برای استفاده از کمان (مقداری محدود برای کمان های سوار شدن و نامحدود برای سایر کمان ها) است. در مدل های تخصیص همگانی اغلب فرض می‌شود که هر مسافر برای سفر از مبدا به مقصد خود روی شبکه همگانی از یک استراتژی استفاده می‌کند. یک استراتژی زیرشبکه متصل و بدون حلقه جهت‌دار از شبکه همگانی است که مبدا را به مقصد متصل می‌کند.

در مدل های مبتنی استراتژی اغلب فرض می‌شود که زمان انتظار مسافر تا رسیدن هر خط به ایستگاه متغیری تصادفی و مستقل از سایر خطوط است. در این صورت، هر مسافر برای کاهش زمان انتظار خود در ایستگاه، خطوط متعلق به استراتژی خود در آن ایستگاه را با احتمال هایی متناسب با تواتر خطوط برای ســــوار شدن انتخاب می‌کند. اخــــیر برخی پژوهشـگران نظـیر اشموکر و همکاران و ما و فــــوکودا احتمال سوار شدن به خطوط را با در نظرگیری عدم قطعیت در انتخاب به صورت مدل های انتخاب گسسته فرمول بندی کرده‌اند. هر چند که کاربرد این نوع مدل ها در مسئله تخصیص همگانی برآورد بهتری از توزیع مسافر در شبکه ارایه می‌کند، ولی به دلیل پیچیدگی‌هایی که وارد مسئله می‌کنند نتایج کاربرد آنها تنها برای شبکه‌های کوچک (در حد چند گره و کمان) ارایه شده‌اند.

افزایش تراکم مسافر در وسایل نقلیه می‌تواند زمان‌سفر مسافر در داخل وسایل نقلیه را افزایش دهد. برای نمونه، تراکم در خطوط سریع‌السیر موجب می‌شود که مسافر سوار خطوط معمولی شود و در نتیجه زمان سفر داخل وسیله او افزایش یابد. این تاثیر را می‌توان با در نظر گرفتن زمان سفر کمان های داخل وسیله به صورت تابعی افزایشی از جریان مسافر مدل کرد. از طرفی، در برخی مطالعات، تواتر کمان های سوار شدن تابعی کاهشی از جریان در نظر گرفته شده تا به واسطه آن افزایش زمان انتظار مسافر در ایستگاه‌های شلوغ مدل شود. در حالت کلی، مدل های تخصیص همگانی را می‌توان به دو گروه غیرمتراکم و متراکم تقسیم می‌شوند. در مدل های غیرمتراکم زمان سفر و تواتر کمان ها ثابت، و در مدل های متراکم یکی یا هر دو آنها وابسته به جریان هستند.

نگوین و پالوتینو [۵] و اشپیز و فلورین اولین پژوهشگرانی هستند که مسئله تخصیص همگانی متراکم را با فرض زمان سفر وابسته به جریان فرمول بندی کردند. وو و همکاران مسئله متراکم نگوین و پالوتینو را با استفاده از روش ژاکوبی خطی‌شده برای یک شبکه نمونه حل کردند. بوزاینه- ایاری و همکاران و کامینیتی و کوریا مدل های تخصیص همگانی با توابع زمان سفر و تواتر وابسته به جریان ارایه کرده‌اند، ولی هیچیکدام روش حلی مناسب برای مسایل واقعی ارایه نداده‌اند. بابازاده یک مدل متراکم پیشنهاد، و بر اساس آن مسئله تخصیص همگانی با زمان سفرهای وابسته به جریان و تواترهای ثابت را برای شبکه‌ای واقعی توسط روش خطی‌سازی متوالی حل کرد. سپدا و همکاران یک فرمول بندی جایگزین برای مدل کامینیتی وکوریا ارایه، و این مدل را با در نظرگیری زمان سفرهای ثابت و تواترهای وابسته به جریان توسط روش متوسط‌های متوالی (MSA) برای مسایلی واقعی حل کردند. بابازاده و آشتیانی با الهام گرفتن از کار قبلی ، مدل تکمیلی تخصیص همگانی را در حالت زمان سفر ثابت و تواتر وابسته به جریان ارائه و با استفاده از روش MSA برای شبکه‌ای با ابعاد متوسط حل کردند. مقایسه نتایج این روش با روش سپدا نشان از کارایی یکسان آنها داشت. محمدی و بابازاده روشی تکراری برای حل مسئله تخصیص همگانی با زمان سفر ثابت و تواتر وابسته به جریان پیشنهاد دادند که در هر تکرار آن زیر مسایل غیرخطی توسط حذف برخی از معادلات تکمیلی آزاد سازی می‌شود. هر زیر مسئله آزاد شده، در مقایسه با زیر مسئله اصلی، اولاً دارای ابعادی کوچکتری است، و ثانیاً قابل خطی‌سازی شدن است.

نتایج این روش حل برای شبکه‌ای نمونه با نتایج حاصل از روش بابازاده مقایسه شد. محمدی و بابازاده در ادامه کار قبلی خود روشی تکراری برای حل مدل تکمیلی تخصیص همگانی در حالت زمان سفر وابسته به جریان و تواتر ثابت پیشنهاد دادند. در هر تکرار این روش، با حذف برخی معادلات تکمیلی، نسخه‌ای آزاد شده از مدل اصلی توسط روش خطی‌سازی متوالی حل می‌شود. نتایج حل مسئله تخصیص همگانی با محدودیت ظرفیت ناوگان در شبکه‌ای نمونه توانایی این روش را با روش بابازاده یکسان ارزیابی کرد. در ضمن، محمدی و بابازاده ، بدون ارایه، نتایج ادعا کردند که روش آنها به علت کاهش قابل توجه ابعاد زیرمسایل، کارایی قابل ملاحظه‌ای در حل مسایل واقعی خواهد داشت.

در این مقاله، با تعمیم روش تخصیص ترافیک فرانک- ولف (FW)، الگوریتمی دقیق برای مسئله تخصیص همگانی با توابع زمان سفر وابسته به جریان و تواترهای ثابت ارایه می‌شود. الگوریتم پیشنهادی برای یک شبکه همگانی نمونه با محدودیت ظرفیت ناوگان حل و نتایج آن در مقایسه با نتایج MSA ارائه می‌شوند.

۲- مسئله تخصیص همگانی با محدودیت ظرفیت ناوگان

فرض کنید $G(I,A)$ شبکه همگانی با مجموعه گره‌های I و مجموعه کمان های جهت‌دار A است، و مجموعه کمانهای خروجی و ورودی به هر گره i را به ترتیب با A_i و A_i^- نشان دهید. فرض کنید $A^b \subseteq A$ مجموعه کمان های سوار شدن، $A_i^b = A_i \cap A^b$ مجموعه کمان های سوارشدن خروجی از هر گره i، و $I^b \subseteq I$ مجموعه گره‌های با حداقل یک کمان سوار شدن خروجی با شند. هر کمان a دارای تابع زمان سفر غیر منفی وابسته به جریان $t_a(\cdot)$، و تواتر ثابت F_a است، و تعریف کنید $\mathbf{t} = (t_a)_{a \in A}$ و $\mathbf{F} = (F_a)_{a \in A^b}$. فرض کنید d_r^s تقاضای سفر از هر مبدأ r به هر مقصد $s \neq r$ در شبکه G است. مجموعه گره‌های با تقاضای ورودی مثبت را با $S \subseteq I$ نشان دهید و آن را مجموعه گره‌های مقصد بنامید، و مجموعه گره‌های با تقاضای مثبت به هر مقصد s را با $R_s \subseteq I \setminus \{s\}$ نشان دهید و آنرا مجموعه مبادی برای مقصد s بنامید.

مسئله تخصیص همگانی به منظور تعیین جریان در کمانها و زمانهای انتظار در گرههای شبکه همگانی G تعریف می شود. فرض کنید x_a^s جریان حاصل از همه سفرهای به مقصد s در کمان $a \in A$، w_i^s کل زمان انتظار برای همه سفرهای به مقصد s در گره $i \in I^b$ باشند و تعریف کنید $\mathbf{x}^s = (x_a^s)$، $\mathbf{w}^s = (w_i^s)$، $\mathbf{X} = (\mathbf{x}^s)$ و $\mathbf{W} = (\mathbf{w}^s)$. کل جریان در کمان a و کل زمان انتظار در گره i را برابر $x_a = \sum_{s \in S} x_a^s$ و $w_i = \sum_{s \in S} w_i^s$ قرار دهید و تعریف کنید $\mathbf{x} = (x_a)$ و $\mathbf{w} = (w_i)$. همچنین کمترین امید زمان سفر از گره i به مقصد s را با u_i^s نشان دهید و تعریف کنید $\mathbf{u}^s = (u_i^s)$ و $\mathbf{U} = (\mathbf{u}^s)$.

اشپیز و فلورین [۲] با فرض بردارهای ثابت $\mathbf{t}$ و $\mathbf{F}$، مسئله تخصیص همگانی غیر متراکم مبتنی بر استراتژی را برای یک مقصد مفروض s به صورت برنامه خطی زیر، که مدل استراتژی بهینه نامیده می‌شود، فرمول بندی کردند:

$$Min\ Z(\mathbf{x}^s) = \sum_{a \in A} t_a x_a^s + \sum_{i \in I^b} w_i^s$$

$$
\begin{aligned}
& s.t. \\
& \sum_{a\in A_i} x_a^s - \sum_{a\in A_i^-} x_a^s = d_r^s \qquad \forall r \in R_s \\
& x_a^s \le F_a w_i^s \qquad \forall a \in A_i^b,\ i \in I^b \\
& x_a^s \ge 0 \qquad \forall a \in A,
\end{aligned}
\tag{P۱}
$$

این پژوهشـــگران به کمک شـــرایط کمبود تکمیلی در برنامه‌ریزی خطی، روش حلی برای یافتن یک جواب حدی $(\mathbf{x}^s, \mathbf{u}^s)$ برای (P۱) ارائه دادند. این پژوهشـــگران، همچنین، مدل (P۱) را برای حالت متراکم مسئله که $\mathbf{t}$ وابسته به جریان باشد (بدون ارایه الگوریتم حل) به صورت مدل غیرخطی زیر بیان کردند:

$$
\begin{aligned}
& \text{Min} \sum_{a\in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega + \sum_{i\in I^b} w_i \\
& s.t. \\
& \sum_{a\in A_i} x_a^s - \sum_{a\in A_i^-} x_a^s = d_r^s \qquad \forall r \in R_s, s\in S \\
& x_a^s \le F_a w_i^s \qquad \forall a \in A_i^b,\ i \in I^b, s \in S \\
& x_a^s \ge 0 \qquad \forall a \in A, s\in S \\
& x_a = \sum_{s\in S} x_a^s \qquad \forall a \in A \\
& w_i = \sum_{s\in S} w_i^s \qquad \forall i \in I^b,
\end{aligned}
\tag{P۲}
$$

سپدا و همکاران [۱۰] با در نظرگیری فروضی نشان دادند که مسئله تخصیص همگانی متراکم مبتنی بر استراتژی را می‌توان بر حسب تابع شکاف مبتنی بر استراتژی SG به صورت مسئله بهینه سازی غیرخطی زیر فرمول بندی کرد.

$$
\begin{aligned}
& Min \quad SG(\mathbf{X},\mathbf{U}) \\
& s.t. \quad \sum_{a\in A_i} x_a^s - \sum_{a\in A_i^-} x_a^s = d_i^s \qquad \forall i \in I \setminus \{s\}, s\in S, \\
& \qquad x_a^s \ge 0 \qquad \forall a \in A, s \in S, \\
& \qquad x_a = \sum_{s\in S} x_a^s \qquad \forall a\in A.
\end{aligned}
\tag{P۳}
$$

تابع شکاف SG به صورت زیر تعریف می‌شود،

$$SG(\mathbf{X},\mathbf{U}) := TC(\mathbf{X}) - \sum_{s\in S}\sum_{r\in R_s} d_r^s u_r^s \tag{۱}$$

که در آن $TC(\mathbf{X})$ (امید) زمان سفر کل مربوط به جریان $\mathbf{X}$

$$TC(\mathbf{X}) = \sum_{s\in S}[\sum_{a\in A} t_a x_a^s + \sum_{i\in I^b} \max_{a\in A_i^b} (x_a^s / F_a(\mathbf{x}(\mathbf{X})))] \tag{۲}$$

و $\mathbf{U}$ بردار کمترین زمان سفر است. این پژوهشگران مدل (P۳) را توسط MSA برای چند شبکه واقعی حل کردند. روش حل با تعیین جواب امکان پذیر $\mathbf{x}^0$ برای (P۳) در تکرار صفر آغاز می شود. در هر تکرار دیگر n، ابتدا جواب کمکی $\hat{\mathbf{x}}$ به ازای $\mathbf{t} = \mathbf{t}(\mathbf{x}^n)$ به کمک روش اســـتراتژی بهینه [۲] تعیین، و ســـپس $\mathbf{x}^{n+1} = (1-\alpha_n)\mathbf{x}^n + \alpha_n \hat{\mathbf{x}}^n$ به ازای $\alpha_n = 1/(n+1)$ بهنگام می‌شـود. روش حل در تکرار n متوقف می‌شود اگر $SG(\mathbf{x}^n) \le \varepsilon$.

بابازاده [۹] برای در نظرگیری محدودیت ظرفیت ناوگان در مسئله تخصیص همگانی، تابع زمان سفر زیر را برای مسئله تخصیص همگانی پیشنهاد می‌دهد:

$$t_a(x_a) = t_a^0 + \begin{cases} \varphi_a(x_a) & a \in A^v \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad \forall a \in A \tag{۳}$$

در مدل بالا t_a^0 زمان سفر ثابت کمان $a \in A$ و $\varphi_a(\cdot)$ نوعی تابع جریمه متقارن است که برای در نظرگیری محدودیت ظرفیت به زمان سفر ثابت هر کمان داخل وسیله $a \in A^v$ اضافه می‌شود. تابع جریمه برای هر کمان داخل وسیله a نظیر خط همگانی l به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varphi_a(x_a) = \begin{cases} \dfrac{\rho}{1-\dfrac{x_a}{F_l^n c_l}} & if \quad x_a / F_l^n c_l < 1-\rho \\ \alpha \dfrac{x_a}{F_l^n c_l} + \beta & otherwise \end{cases} \tag{۴}$$

در این رابطه F_a^0 تواتر اسمی خط، c_a ظرفیت وسیله نقلیه خط، و $0 < \rho < 1$ پارامتر جریمه است که انتخاب مقدار کوچکتر برای آن دقت در نظرگیری ظرفیت را افزایش می دهد. پس از تعیین ρ (با توجه به دقت مورد نیاز)، دو پارامتر α و β به گونه‌ای تعیین می شوند که تابع جریمه در نقطه شکست $1-\rho$ مشتق‌پذیر پیوسته باشد. برای برقراری این شرط باید $\alpha = 1/\rho$ و $\beta = 2 - 1/\rho$ باشند. طبق رابطه فوق مقدار جریمه در جریان صفر برابر ρ است و با افزایش جریان ابتدا به تدریج و پس از رسیدن جریان به نزدیکی ظرفیت، به شدت افزایش می یابد.

۳- روش حل پیشنهادی

چون (P۲) یک مسئله بهینه سازی محدب است، برای حل آن می توان از روش های استاندارد موجود برای این دسته از مسائل، مثل روش های تقریب خطی فرانک- ولف [۱۴] و لبلانک و همکاران [۱۵]) استفاده کرد. در این بخش الگوریتم FW، که اساساً برای حل مسئله تخصیص سواری توسعه داده شده است، برای حل مسئله تخصیص ترانزیت متراکم (P۲) تعمیم داده می‌شود. این الگوریتم به شرح زیر می باشد.

الگوریتم در تکرار صفر با تعیین یک جواب امکانپذیر $(\mathbf{X}^0, \mathbf{W}^0)$ که در سه محدودیت اول (P۲) صدق کند آغاز میشود و $(\mathbf{x}^0, \mathbf{w}^0)$ بر اساس دو محدویت آخر آن حساب می‌شوند. در هر تکرار دیگر n، ابتدا جهت حرکت $(\hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{W}})$ به ازای $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}(\mathbf{x}^n)$ و با استفاده از الگوریتم استراتژی بهینه [۲] تعیین می‌شود. گام بعد تعیین اندازه گام α^n در جهت حرکت است. برای این کار اجزای $\mathbf{X}$ و $\mathbf{W}$ طبق می‌شوند:

$$\mathbf{X}^{n+1} = \mathbf{X}^n + \alpha^n \left(\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}^n \right) \tag{۵}$$

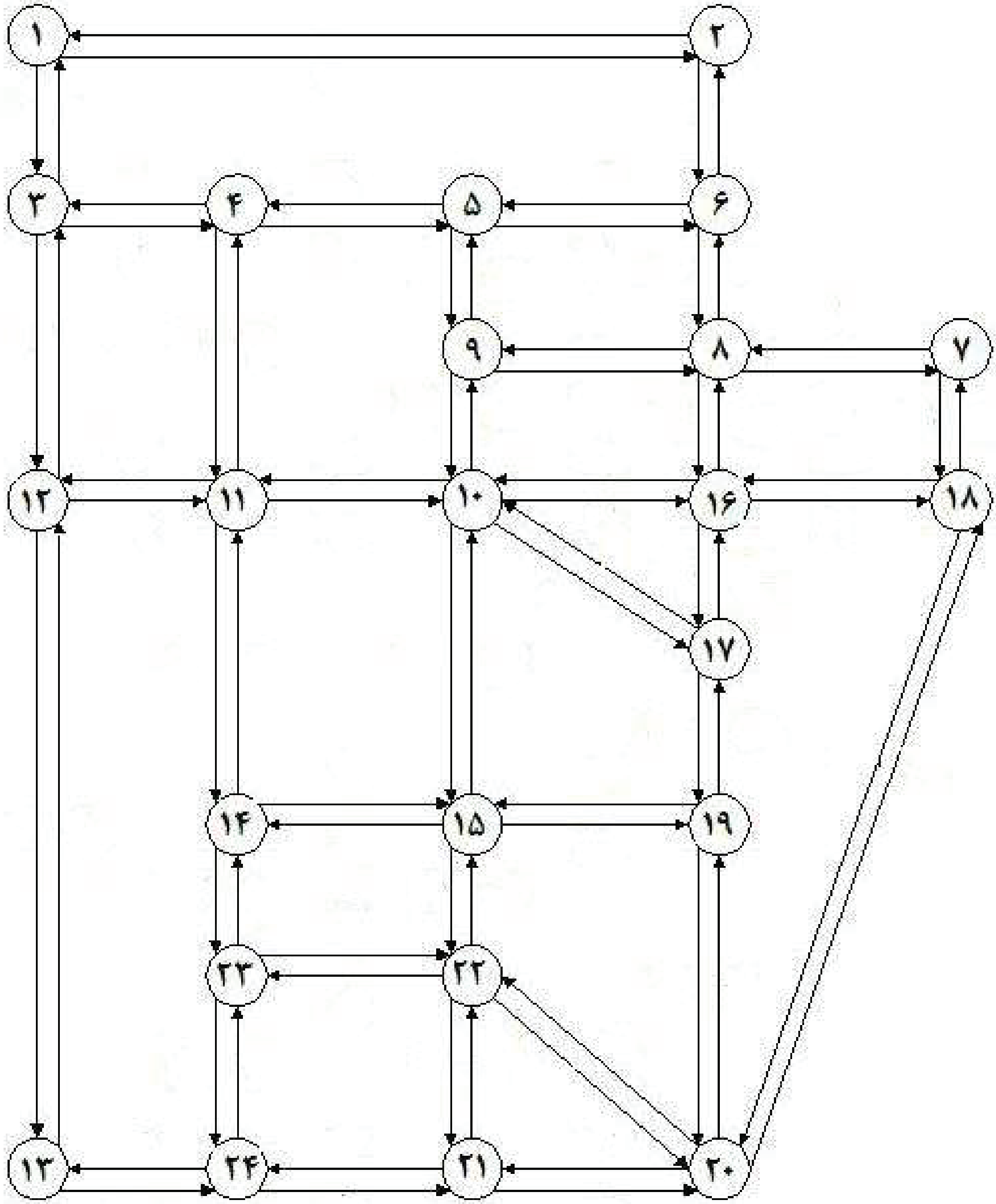
$$\mathbf{W}^{n+1} = \mathbf{W}^n + \alpha^n \left(\hat{\mathbf{W}} - \mathbf{W}^n \right) \tag{۶}$$

سپس تابع هدف (P۲) با استفاده از دو محدودیت آخر آن و سپس جایگزینی اجزای $\mathbf{X}^{n+1}$ و $\mathbf{W}^{n+1}$ به جای متغیرهای نظیرشان به تابعی محدب از α^n تبدیل می‌شود که باید در فاصله $0 \leq \alpha^n \leq 1$ مینیمم شود. بنابرین مقدار بهینه α^n با برابر صفر قرار دادن مشتق این تابع نسبت به α^n به دست می‌آید (در صورتی که α^n در $0 \leq \alpha^n \leq 1$ صدق نکند به مقادیر صفر یا یک محدود می‌شود). پس از تعیین اندازه گام، جواب تکرار $n+1$ توسط روابط (۵) و (۶) تعیین می‌شود. الگوریتم به صورت مشابه تا رسیدن به شرط توقف تکرار می‌شود.

۴- نتایج عددی

در این بخش مسئله تخصیص همگانی محدودیت ظرفیت ناوگان با استفاده از روش پیشنهادی (تعمیم روش FW [۱۴]) و MSA [۱۰] برای شبکه همگانی سوفالز حل و نتایج آن در مقایسه با نتایج تخصیص همگانی غیرمتراکم روش استراتژی بهینه [۲] مقایسه می‌شوند. هر سه روش به صورت برنامه‌های کامپیوتری در محیط VISUAL C++ کامپایل و اجرا می شوند.

بر اساس اطلاعات مرجع [۹] ، سیستم همگانی سوفالز دارای ۹ خط همگانی است که روی شبکه یک بزرگراهی با ۷۶ کمان و ۲۴ گره (شکل ۱) تعریف می‌شوند. جدول ۱ مسیر و ظرفیت این خطوط را نشان می‌دهد. شبکه همگانی سوفالز که بر اساس اطلاعات شبکه بزرگراهی و اطلاعات خطوط ساخته شده است دارای ۱۲۹ گره، ۳۵۰ کمان، و ۵۵۰ زوج مبدا- مقصد با تقاضای مثبت است. برای حل مسئله با محدودیت محدودیت ظرفیت ناوگان، تابع زمان سفر کمان های داخل وسیله به صورت رابطه (۳) تعریف شده و در آن تابع جریمه (۴) با $\rho = 0.001$ استفاده می‌شود. برای حل مسئله در حالت غیرمتراکم، مقدار تابع جریمه در رابطه (۳) برابر صفر فرض می‌شود.



شکل ۱: شبکه بزرگراهی سوفالز

جدول ۱: *اطلاعات خطوط سوفالز*

شماره خط	تواتر (وسیله/دقیقه)	ظرفیت (مسافر)	مسیر
۱	۱/۸	۱۸	۴-۱۱-۱۰-۱۶-۱۷-۱۹ ۱۷-۱۶-۱۰-۱۱-۴
۲	۱/۱۰	۱۴/۴	۱-۲-۶-۸-۱۶ ۸-۶-۲-۱
۳	۱/۱۲	۱۲	۷-۸-۹-۱۰-۱۵-۲۲-۲۱ ۲۲-۱۵-۱۰-۹-۸-۷
۴	۱/۱۰	۲۱/۶	۱-۳-۱۲-۱۱-۱۰ ۱۱-۱۲-۳-۱
۵	۱/۸	۱۸	۴-۵-۹-۱۰-۱۶-۱۷ ۱۰-۹-۵-۴
۶	۱/۶	۲۴	۱۰-۱۵-۱۴-۲۳-۲۴ ۲۳-۱۴-۱۵-۱۰
۷	۱/۸	۱۸	۲۰-۱۹-۱۵-۱۴-۱۱-۱۰-۱۵-۱۹ ۲۰
۸	۱/۱۲	۶	۵-۴-۳-۱۲-۱۳-۲۴-۲۱ ۲۴-۱۳-۱۲-۳-۴-۵
۹	۱/۱۰	۱۴/۴	۷-۱۸-۲۰-۲۱ ۲۰-۱۸-۷

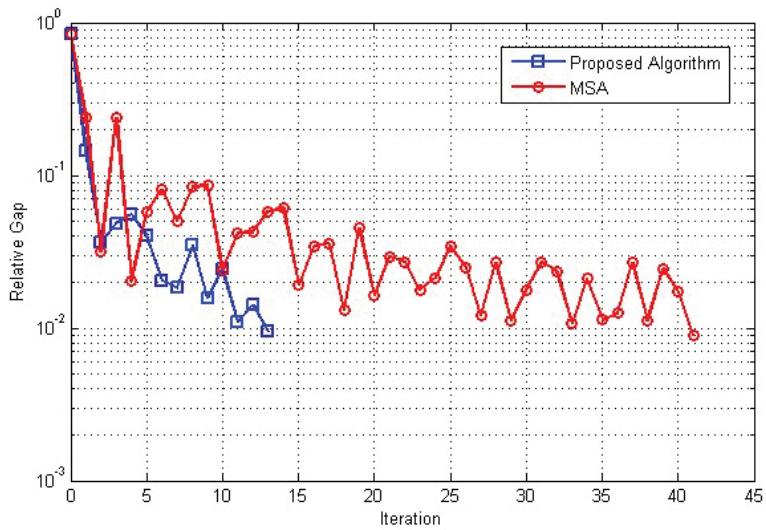
جدول ۲ نتایج به دست آمده از سه روش تخصیص همگانی فوق را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که روش استراتژی بهینه مسئله تخصیص همگانی غیر متراکم (با زمان سفر ثابت) را در یک تکرار (یکبار محاسبه کوتاهترین استراتژی برای هر مقصد) حل و زمان سفر کل شبکه را برابر ۲۶۰/۱۲۱ تعیین می‌کند. این در حالی است که ماکزیمم نسبت جریان داخل خطوط به ظرفیت آنها در این روش برابر عدد غیر واقعی ۲/۶ به دست آمده است. روش MSA مسئله تخصیص همگانی با محدویت ظرفیت ناوگان را در ۴۱ تکرار (۴۱ بار محاسبه درخت کوتاهترین مسیر برای هر مقصد) حل و کل زمان سفر را برابر ۲۶۲/۹۵۱ به دست می‌آورد. در این روش، با در نظرگیری اثرات تراکم توسط تابع زمان سفر (۳)، ماکزیمم جریان به ظرفیت خطوط با دقت خوبی به عدد ۱ محدود شده است. روش پیشنهادی (تعمیم FW) با عملکردی بسیار خوب توانسته است مسئله تخصیص همگانی با محدودیت ظرفیت را را در ۱۳

تکرار و با دقتی به خوبی MSA حل کند. همانگونه که در جدول ۲ ملاحظه می‌شود، اجزای کل زمان سفر (شامل زمانهای انتظار، داخل وسیله، پیاده‌روی و سوار شدن) و نیز مقدار کل جریمه در دو روش اخیر حدود یکسانی دارند، در حالی که روش استراتژی بهینه زمانهای انتظار، داخل وسیله و سوارشدن را بیشتر (به دلیل استفاده بیشتر از خطوط همگانی) و زمان پیاده‌روی را کمتر برآورد می‌کند، و در ضمن کل جریمه آن برابر صفر است.

جدول ۲: *نتایج تخصیص همگانی برای شبکه سوفالز*

روش حل	اجزاء زمان سفر شبکه				کل زمان سفر شبکه	تعداد تکرار	کل جریمه	ماکزیمم جریان به ظرفیت
	انتظار	داخل وسیله	پیاده‌روی	سوار شدن				
استراتژی بهینه	۶۰/۲۹۲	۱۴۰/۵۹۹	۵۱/۴۳۶	۷/۷۹۶	۲۶۰/۱۲۱	۱	۰/۰	۲/۶
MSA	۵۴/۴۷۸	۱۳۵/۱۲۴	۶۵/۹۰۹	۷/۴۴۰	۲۶۲/۹۵۱	۴۱	۵/۴۶۸	۱/۰۱
پیشنهادی	۵۴/۹۳۰	۱۳۴/۸۰۹	۶۶/۰۹۳	۷/۴۶۷	۲۶۳/۲۹۹	۱۳	۵/۴۶۶	۱/۰۱

شکل ۲ جزییات همگرایی دو روش MSA و پیشنهادی را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که تابع شکاف نسبی SG (دقت جواب) در روش پیشنهادی نسبت به MSA با نرخ بسیار بیشتری کاهش یافته و در نهایت، پس از ۱۳ تکرار، جوابی با دقت کمتر از ۱٪ که به ظرفیت ناوگان نیز محدود شده است به دست می‌آورد.



شکل ۲: *همگرایی روش پیشنهادی (تعمیم FW) و MSA در شبکه سوفالز*

۵- نتیجه گیری

مسئله تخصیص همگانی با ظرفیت ناوگان به صورت یک مسئله بهینه سازی غیرخطی فرمول بندی شده است. در این مقاله، با تعمیم دادن روش تقریب خطی فرانک- ولف [۱۴]، الگوریتمی دقیق برای حل این مسئله پیشنهاد شد. مقایسه نتایج روش پیشنهادی با روش سپدا و همکاران [۱۰] برای شبکه‌ای متوسط نشان از سرعت بسیار بیشتر روش پیشنهادی داشت. از آنجا که روش‌های ریاضی بسیار کاراتری از روش فرانک -ولف برای حل مسایل بهینه‌سازی غیرخطی وجود دارند، استفاده از این روش ها می تواند سرعت حل مسئله را بیشتر افزایش دهد. هرچند تعیین کارایی روش پیشنهادی نیازمند حل مسایل بزرگتر است، ولی نتایج بدست آمده بسیار امیدوارکننده است.

۶- منابع

١- A. Ceder, and N. H. M. Wilson, 1989, “Bus Network Design”, Transportation Research, V. 20(B), PP. 331-344.

2- H. Spiess, and M. Florian, 1989, "OPtimal Strategies: A New Assignment Model for Transit Networks", Transportation Research, V. 23(B), PP. 83-102.

٣- J.-D. Schmocker, H. Shimamoto, and F. Kurauchi, 2013, "Generation and Calibration of Transit Hyperpaths", Transportation Research, V. 36(C), PP. 406-418.

٤- J. Ma, D. Fukuda, 2015, "A Hyperpath-based Network Generalized Extreme-value Model for Route Choice under Uncertainties", Transportation Research, V. 59(C), PP. 19-31.

٥ - S. Nguyen, and S. Pallottino, 1988, "Equilibrium Traffic Assignment for Large Scale Transit Networks", European Journal of Operational Research, V. 37(2), PP. 176-186.

6- J. H. Wu, M. Florian, and P. Marcotte, 1994, "Transit Equilibrium Assignment: A Model and Solution Algorithms", Transportation Science, V. 28(3), PP. 193-203.

7- B. Bouzaïene-Ayari, M. Gendreau, and S. Nguyen, 1995, "An Equilibrium-fixed Point Model for Passager Assignement in Congested Transit Networks", Publication CRT-95-57, Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal.

8- R. Cominiti, and J. Correa, 2001, "Common-line and Passenger Assignment in Congested Transit Networks", Transportation Science, V. 35(3), PP. 250-267.

۹- بابازاده، ع، ١٣٨٣، "مسئله تخصیص همگانی تعادلی در شبکه‌های متراکم: فرمولبندی و دستورحل"، پایان‌نامه دکترا، دانشگاه صنعتي شريف.

10- M. CePeda, R. Cominiti, and M. Florian, 2006, "A Frequency-based Assignment Model for Congested Transit Networks with Strict Capacity Constraints: Characterization and Computation of Equilibria" Transportation Research, V. 40(B), PP. 437-459.

۱۱- بابازاده، ع. و آشتیانی، ه. ذ.، ۱۳۸۶، "حل مسئله تخصیص همگانی تعادلی در شبکه‌های متراکم با توابع تواتر مؤثر"، سومین کنگره ملی عمران ۱۳۸۶، دانشگاه تبریز، دانشکده فنی- مهندسی عمران، تبریز.

۱۲- محمدی، ح. و بابازاده، ع.، ۱۳۹۱، "حل مســئله تخصــیص همگانی متراکم به کمک تابع جریمه پویا"، دوازدهمین کنفرانس بین‌المللی حمل و نقل و ترافیک، تهران.

۱۳- محمدی، ح. و بابازاده، ع.، ۱۳۹۲، "کاربرد تابع جریمه پویا در حل مســئله تخصــیص همگانی تعادلی با محدودیت ظرفیت ناوگان "، سیزدهمین کنفرانس بین‌المللی حمل و نقل و ترافیک، تهران.

14- M. Frank, and P. Wolfe, 1956, "An Algorithm for Quadratic Programming. Naval Research Logistics, V. 3, PP.95-110.

۱۵- L. J. LeBlanc, E. K. Morlok, and W. P. Pierskalla, 1975, "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, Vol. 9(3), PP. 308-318.

فصلنامه علمی مهندسی ترافیک
سال نوزدهم – شماره ۷۷ – تابستان ۱۳۹۸

xtending the FW Method to Solve Transit Assignment Problem with Fleet Capacity Constraint

Abbas Babazadeh, Saber Fendereski, Babak Javani

۱- Assistant Professor, School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran.
۲- MSc Student of Transportation Engineering, Shomal University,
۳- PhD Candidate. School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran.

Abstract

Planning for public transportation systems requires solving the transit assignment models in order to determine the distribution pattern of travelers between the transit lines. Transit assignment problem is defined on a transit network which a travel time and a frequency function will be defined for each link. In uncongested transit networks that the capacity of the transit vehicles are infinite, the problem is formulated as a linear programming (LP) model by considering fixed travel time and frequency for links and it is solved by LP algorithms. In congested transit networks that the capacity of the transit vehicles are finite, the problem is written as a non-linear programming model by considering flow dependent travel time and fixed frequency for links which the link flows are its variables. The method of successive average (MSA) as an inexact method is applied to solve this problem. The purpose of this paper is to extend the Frank and Wolfe (FW) method for solving the transit assignment problem with fleet capacity constraint. The problem is formulated with the flow dependent travel times and it is solved by both the MSA and extended FW for a sample test network. The proposed algorithm shows a fast rate of convergence based on the numerical results.

Keywords: Transit Assignment, Fleet Capacity Constraint, Frank and Wolfe Method, Method of Successive Averages.